

Schnellübungen 2

Sie dürfen alle **nicht elektronischen** Hilfsmittel benutzen. Pro Aufgabe gibt es nur eine richtige Antwort.

Aufgabe 1. Sei (K, \leq) ein angeordneter Körper. Die Aussage

$$|x + y + z| \leq |x| + |y| + |z| \quad \forall x, y, z \in K$$

- (a) ist wahr.
- (b) ist allgemein falsch, aber wahr falls $K = \mathbb{R}$.
- (c) ist allgemein falsch, aber wahr falls $x \geq 0, y \geq 0$ und $z \geq 0$.
- (d) ist sinnlos.

Aufgabe 2. Sei (K, \leq) ein angeordneter Körper. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- (a) Die Menge $\{x \in K \mid x \geq 0\}$ mit der Operation $+$ ist eine Gruppe.
- (b) Die Menge $\{x \in K \mid x > 0\}$ mit der Operation \cdot ist eine Gruppe.
- (c) Die Menge $\{x \in K \mid x \geq 0\}$ mit den Operationen $+$ und \cdot ist ein angeordneter Körper.
- (d) die Aussagen (a), (b), (c) alle sind falsch.

Aufgabe 3. Berechnen Sie $((1 + i)(1 + 2i)(1 - 4i))^{-1}$. Antwort:

- (a) $\frac{1}{170}(11 - 7i)$, (b) $\frac{1}{\sqrt{170}}(11 + 7i)$, (c) $\frac{1}{\sqrt{170}}(7 - 11i)$, (d) $\frac{1}{170}(-11 + 7i)$.

Aufgabe 4. Berechnen Sie die Norm der komplexen Zahl $(4 - 3i)^4$. Antwort:

- (a) $\sqrt{25}$, (b) $\sqrt{625}$, (c) $390625 = 25^4$, (d) 625.

Aufgabe 5. Sei $z \in \mathbb{C}$ eine komplexe Zahl. Welche der folgenden Aussagen ist allgemein falsch?

- (a) $(z + \bar{z})^5 \in \mathbb{R}$
- (b) $z^5 + \bar{z}^5 \in \mathbb{R}$
- (c) $z = \frac{1}{2}(z + \bar{z}) + \frac{i}{2}(z - \bar{z})$
- (d) $\overline{z + \bar{z}} = z + \bar{z}$.