

## Schnellübungen 3

Sie dürfen alle Hilfsmittel benutzen. Pro Aufgabe gibt es genau eine richtige Antwort.

**Aufgabe 1.** Was ist das Maximum der Menge  $X = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 2\}$ ?

- (a) 0,            (b)  $\sqrt{2}$ ,            (c) sonst etwas,            (d) das Maximum existiert nicht.

**Aufgabe 2.** Was ist das Supremum der Menge  $\{x^2 - y^2 \mid x, y \in \mathbb{Q}, x^2 + y^2 < 2\}$

- (a) 0,            (b)  $\sqrt{2}$ ,            (c)  $\infty$ ,            (d) sonst etwas.

**Aufgabe 3.** Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- (a) Jede offene Teilmenge von  $\mathbb{R}$  ist eine Vereinigung abgeschlossener Intervalle.  
(b) Jede offene Teilmenge von  $\mathbb{R}$  ist eine Vereinigung offener Intervalle.  
(c) Jede abgeschlossene Teilmenge von  $\mathbb{R}$  ist eine Vereinigung abgeschlossener Intervalle.  
(d) Jede abgeschlossene Teilmenge von  $\mathbb{R}$  ist eine Vereinigung offener Intervalle.

**Aufgabe 4.** Sei  $c \in \mathbb{R}$ . Wir betrachten die Menge  $X = \{nc - [nc] \mid n \in \mathbb{Z}\}$ . Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- (a) Die Menge  $X$  hat in jedem Fall einen Häufungspunkt.  
(b) Die Menge  $X$  hat einen Häufungspunkt falls  $c \notin \mathbb{Q}$ .  
(c) Die Menge  $X$  hat keinen Häufungspunkt, egal welches  $c$  man nimmt.  
(d) Die Menge  $X$  hat einen Häufungspunkt falls  $c \neq 0$ .

**Aufgabe 5.** Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- (a) Für alle rationalen Zahlen  $x < y$  existiert ein  $r \in \mathbb{R}$  mit  $x < r < y$ .  
(b) Für alle reellen Zahlen  $x < y$  existiert  $r \in \mathbb{Q}$  mit  $x < r < y$ .  
(c) Sei  $\varepsilon > 0$ . Dann existiert eine ganze Zahl  $n \geq 1$  mit  $\frac{1}{n+1} < \varepsilon < \frac{1}{n}$ .  
(d) Sei  $n \geq 1$  eine ganze Zahl. Dann existiert  $\varepsilon > 0$  mit  $\frac{1}{n+1} < \varepsilon < \frac{1}{n}$ .