Schnellübungen 6

Sie dürfen alle nicht-elektronischen Hilfsmittel benutzen. Pro Aufgabe gibt es genau eine richtige Antwort.

Aufgabe 1. Die Folge reeller Zahlen $(x_n)_{n=0}^{\infty}$ gegeben durch $x_n = \sqrt[n]{2} + \sqrt[n]{3}$ konvergiert

(a) ... gegen 0 (b) ... gegen 1 **(c)** ... gegen 2 (d) ... nicht.

Aufgabe 2. Die Folge reeller Zahlen $(x_n)_{n=0}^{\infty}$ gegeben durch $x_n = \dfrac{n^2+1}{(n+1)^2}$ konvergiert

(a) ... gegen 0 **(b)** ... gegen 1 (c) ... gegen 2 (d) ... nicht.

Aufgabe 3. Sei (X, d) ein metrischer Raum und seien x und y zwei *verschiedene* Elemente von X. Wir betrachten die Folge $x, y, x, y, x, y, x, y, x, \ldots$ in X. Zu dieser Folge machen wir folgende Aussagen:

(1) Die Folge divergiert.
(2) Die Folge hat genau zwei Häufungspunkte, x und y.
(3) Die Folge ist beschränkt.

Diese Aussagen...

(a) ... kann man nicht entscheiden ohne (X, d), sowie x und y zu kennen.
(b) ... sind wahr falls $d(x, y) < \varepsilon$.
(c) ... sind alle falsch.
(d) ... sind alle wahr.

Aufgabe 4. Welche Aussage ist falsch? Es gibt eine Folge reeller Zahlen, ...

(a) ... derart, dass jedes $x \in \mathbb{R}$ ein Häufungspunkt ist.
(b) ... die keinen Häufungspunkt besitzt.
(c) ... die schliesslich konstant aber nicht beschränkt ist.
(d) ... die nicht beschränkt ist und einen Häufungspunkt besitzt.

Aufgabe 5. Welche der folgenden Folgen reeller Zahlen $(x_n)_{n=0}^{\infty}$ konvergiert gegen $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$?

(a) $x_n = \sqrt[n]{n+2}$
(b) $x_n = \sqrt{n+2}$
(c) $x_n = \frac{1}{n} \cdot \lfloor n\sqrt{2} \rfloor$, wobei $\lfloor \cdot \rfloor$ die Abrundungsfunktion bezeichnet.
(d) Keine der genannten.