

Schnellübungen 12

Sie dürfen alle nichtelektronischen Hilfsmittel benutzen. Pro Aufgabe gibt es genau eine richtige Antwort.

Aufgabe 1. Sei $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall das nicht leer ist und nicht aus einem einzigen Punkt besteht.

- (a) Die Dimension von $C^0(I)$ ist strikt grösser (mächtiger) als die Dimension von $C^2(I)$.
- (b) Die Dimension von $C^2(I)$ ist strikt grösser (mächtiger) als die Dimension von $C^0(I)$.
- (c) Es gibt eine lineare, bijektive Abbildung $C^0(I) \rightarrow C^2(I)$.
- (d) Aufgefasst als Mengen sind $C^0(I)$ und $C^2(I)$ gleichmächtig, aber eine *lineare* Bijektion wie in (c) gibt es nicht.

Wir erinnern daran, dass die Dimension eines Vektorraums die Mächtigkeit einer Basis ist.

Aufgabe 2. Sei $I = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, und sei V der Vektorraum aller Funktionen $V \in C^\infty(I)$ die die Differentialgleichung $v'(x) + \frac{1}{x}v(x) = 0$ erfüllen. Die Dimension von V ist

- (a) 0 (b) 1 (c) ∞ (d) sonst etwas

Aufgabe 3. Welchen Ausdruck erhält man, wenn man im Integral $\int \frac{1}{\sqrt{1-t^4}} dt$ die Substitution $t^4 = y$ vornimmt?

- (a) $\int \frac{4y^3}{\sqrt{1-y}} dy$ (b) $\int \frac{\frac{1}{4}y^{-\frac{3}{4}}}{\sqrt{1-y}} dy$ (c) sonst etwas

(d) Diese Substitution kann man nicht machen.

Aufgabe 4. Welchen Ausdruck erhält man, wenn man im Integral $\int \frac{1}{\log(x)} dx$ die Substitution $x = \exp(y)$ vornimmt?

- (a) $\int \frac{\exp(y)}{y} dy$ (b) $\int \frac{1}{y} dy$ (c) $\int \frac{1}{y} + \exp(y) dy$ (d) sonst etwas

Aufgabe 5. Das Integral $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$

- (a) konvergiert (b) konvergiert absolut (c) divergiert (d) ist sinnlos