8.1. MC Fragen

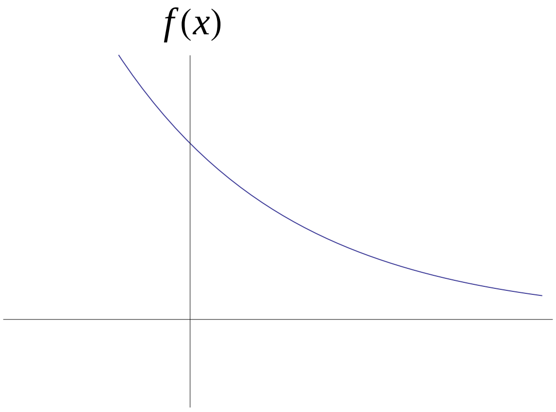
(a) Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion, die differenzierbar auf $]a, b[$ ist, mit

$$f'(t) = 0 \quad \forall\, t \in]a, b[.$$

Dann gilt

- ☐ $f(t) = f(a)$ für alle $t \in [a, b]$.
- ☐ $f(t) < f(s)$ für alle $t < s$.
- ☐ $f(t) > f(s)$ für alle $t < s$.

(b) Die folgende Abbildung zeigt den Graphen einer zweimal differenzierbaren Funktion f. Was lässt sich über f, f' und f'' sagen?



- ☐ Nichts
- ☐ Die Funktion f ist positiv.
- ☐ Die Funktion f ist negativ.
- ☐ Die erste Ableitung f' ist positiv.
- ☐ Die erste Ableitung f' ist negativ
- ☐ Die zweite Ableitung f'' ist positiv.
- ☐ Die zweite Ableitung f'' ist negativ.

8.2. Polynomialen Funktionen (schriftlich)

(a) Sei P_n, $n \geq 0$ der Vektorraum der polynomialen Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $\mathrm{grad}(f) \leq n$. Berechne die Dimension von P_n.

(b) Zeige, dass die Ableitung

$$\begin{aligned} P_n &\to P_{n-1} \\ f &\to f' \end{aligned}$$

eine surjektive lineare Abbildung ist. Berechne dessen Kern.

(c) Sei $Q_n = \{f \cdot \exp : f \in P_n\}$. Zeige, dass Q_n ein $(n+1)-$dimensionaler Vektorraum bildet.

(d) Zeige, dass die Ableitung $g \to g'$ einen Vektorraum Isomorphism

$$Q_n \to Q_n$$

gibt.

8.3. Ableitung Berechnen die Ableitung folgender Funktionen

(a) $\exp(\ln x), x \in (0, \infty)$

(b) $\exp(x^2), x \in \mathbb{R}$

(c) $(1 + x^2)^{-\frac{1}{2}}, x \in \mathbb{R}$

(d) Sei $f : \mathbb{R} \to (0, \infty)$ in ganz $\mathbb{R}$ differenzierbar. Berechnen die Ableitung von $x \to \ln f(x)$.