

Lösungen Quiz 13

Version A

Welche der folgenden Rechnungen ist/sind keine korrekte Anwendung(en) der Substitutionsregel?

(a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(\varphi) \cos(\varphi) d\varphi = \int_0^1 z dz .$

(b) $\int_1^e e^{2x} dx = \int_0^1 z dz .$

(c) $\int \frac{\log(x)}{x} dx = \left(\int z dz \right)_{z=\log(x)} .$

(d) $\int (x + 1) dx = \left(\int z dz \right)_{z=x+1} .$

Lösung: (b)

In (a) wird $z = \sin(\varphi)$ korrekt substituiert. In (b) wird $z = e^x$ “falsch substituiert”. Es gilt dann $\frac{dz}{dx} = e^x$ und es folgt

$$\int_1^e e^{2x} dx = \int_e^{e^e} z dz \neq \int_0^1 z dz .$$

(c) und (d) sind ebenfalls korrekt.

Version B

Welche der folgenden Rechnungen ist/sind keine korrekte Anwendung(en) der Substitutionsregel?

Bitte wenden!

$$(a) \int \log(x)x dx = \left(\int z dz \right)_{z=\log(x)}.$$

$$(b) \int_0^1 e^{2x} dx = \int_1^e z dz.$$

$$(c) \int \sin(\varphi) \cos(\varphi) d\varphi = \left(\int z dz \right)_{z=\sin(\varphi)}.$$

$$(d) \int_0^1 (x+1) dx = \int_1^2 z dz.$$

Lösung: (a)

In (a) wird $z = \log(x)$ falsch substituiert: Es gilt $\frac{dz}{dx} = \frac{1}{x}$ und dann würde die Substitutionsregel wie folgt aussehen:

$$\int \log(x)x dx = \text{“} \int zx^2 dz \text{“} = \left(\int ze^{2z} dz \right)_{z=\log(x)} \neq \left(\int z dz \right)_{z=\log(x)}.$$

In (b) wird $z = e^x$ korrekt substituiert; in (d) wird $z = x + 1$ korrekt substituiert. (c) ist ebenfalls korrekt.

Version C

Welche der folgenden Rechnungen ist/sind keine korrekte und vollständige Anwendung(en) der Substitutionsregel? Sie muss nicht unbedingt zielführend (im Sinne der Berechnung des Integrals) sein.

$$(a) \int \log(x)x dx = \left(\int ze^{2z} dz \right)_{z=\log(x)}$$

$$(b) \int_0^1 e^{2x} dx = \int_1^e z dz.$$

$$(c) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(\varphi) \cos(\varphi) d\varphi = \int_0^1 z dz.$$

$$(d) \int e^{2x} dx = \int z dz.$$

Lösung: (d)

(a) ist korrekt mit ersichtlicher Substitution, bei (b) wird $z = e^x$ korrekt substituiert, in (c) wird $z = \sin(\varphi)$ korrekt substituiert. In (d) wird nicht mehr rücksubstituiert. Es müsste heissen:

$$\int e^{2x} dx = \left(\int z dz \right)_{z=e^x}.$$