Lösungen Quiz 17

Version A

Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine glatte Funktion und (x,y) ein Punkt mit $\nabla f(x,y) = (0,0)$. Weiter sei $H(f,(x,y)) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$. Dann gilt folgendes für den Punkt (x,y):

(a) (x,y) ist ein lokales Maximum.

(b) (x,y) ist ein lokales Minimum.

(c) (x,y) ist ein Sattelpunkt.

(d) Die gegebenen Daten sind nicht ausreichend, um dies zu bestimmen.

Lösung: (a)

Es gilt $det(H(f,(x,y))) = 1 > 0$, und zudem ist der erste Eintrag negativ, also ist der kritische Punkt ein Maximum.

Alternativ lassen sich die Eigenwerte der Matrix berechnen, diese sind $\frac{1}{2}\left(-3 \pm \sqrt{5}\right)$ und die sind beide negativ.

Version B

Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine glatte Funktion und (x,y) ein Punkt mit $\nabla f(x,y) = (0,0)$. Weiter sei $H(f,(x,y)) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Dann gilt folgendes für den Punkt (x,y):

Bitte wenden!

(a) (x, y) ist ein lokales Maximum.

(b) (x, y) ist ein lokales Minimum.

(c) (x, y) ist ein Sattelpunkt.

(d) Die gegebenen Daten sind nicht ausreichend, um dies zu bestimmen.

Lösung: (b)

Es gilt $det(H(f,(x,y))) = 1 > 0$, und zudem ist der erste Eintrag positiv, also ist der kritische Punkt ein Minimum.

Alternativ lassen sich die Eigenwerte der Matrix berechnen, diese sind $\frac{1}{2}\left(3 \pm \sqrt{5}\right)$ und die sind beide positiv.