Lösungen Quiz 18

Version A

Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch $f(u,v) = (uv, u^2 + v^2, u + v)$. Welche der folgenden Punkte in der u-v-Ebene sind regulär Punkte von f?

(a) $(u,v) = (0,0)$

(b) $(u,v) = (1,0)$

(c) $(u,v) = (0,1)$

(d) $(u,v) = (1,1)$

Lösung: (b) und (c)

Es gilt

$$\left(\frac{\partial f}{\partial(u,v)}\right) = \begin{pmatrix} v & u \\ 2u & 2v \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Daraus ist sofort ersichtlich, dass wir Rangverlust haben, genau dann, wenn $u = v$. Alle Punkte mit $u \neq v$ sind somit reguläre Punkte.

Version B

Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch $f(u,v) = (u+v, u^2+2v^2)$. Welche der folgenden Punkte in der u-v-Ebene sind reguläre Punkte von f?

Bitte wenden!

(a) $(u, v) = (0, 0)$

(b) $(u, v) = (1, 0)$

(c) $(u, v) = (1, 1)$

(d) $(u, v) = (2, 1)$

Lösung: (b) und (c)

Es gilt

$$\left(\frac{\partial f}{\partial(u, v)}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ u & 2v \end{pmatrix}$$

Daraus ist sofort ersichtlich, dass wir Rangverlust haben, genau dann, wenn $u = 2v$. Alle Punkte mit $u \neq 2v$ sind somit reguläre Punkte.