### 13.1. Der Satz von Stokes

Seien $M := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x_1^2 + x_2^2 = x_3\}$, $G := \{(x_1, x_2, x_3) \in M \,|\, |x_3| \leq 1\}$ und $\mathbf{K} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ das Vektorfeld

$$\mathbf{K}(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_3 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

wie in Aufgabe 12.3. Nutzen Sie nun Stokes, um den Fluss durch die Oberfläche $G$ zu berechnen.

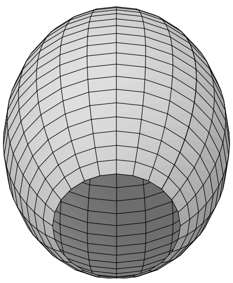
### 13.2. Integralsätze im $\mathbb{R}^3$

Ein Heissluftballon habe die Form einer Sphärenkappe vom Radius $R > 0$ und Öffnungsdurchmesser $0 < d < 2R$ gemäss Figur. Das heisse Gas dringt durch die poröse Oberfläche $B$ mit der Geschwindigkeit

$$v = \operatorname{rot} F, \quad \text{wobei} \quad F(x, y, z) = \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Man berechne den Fluss $\int_B v \cdot d\vec{\omega}$ durch die Ballonoberfläche $B$:

1. mit direkten Rechnungen;
2. mit Hilfe des Satzes von Gauss;
3. mit Hilfe des Satzes von Stokes.



**13.3. Satz von Gauss** Berechne den Fluss des Vektorfeldes $\mathbf{K}(x, y, z) := (yz, zx, xy)$ von innen nach aussen durch den im ersten Oktanten gelegenen Teil der Fläche

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

direkt und mit Gauss.