D-MAVT, D-MATL — Analysis II — FS 19

Dr. Andreas Steiger

Schnellübung 12

Bemerkung: Diese Schnellübung wird am Mittwoch, dem 22.05.2019, während der Übungsstunde gelöst.

1. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y'' + (\lambda - 4)\, y' + \frac{1}{2}\, \lambda\, y = 0\,.$$

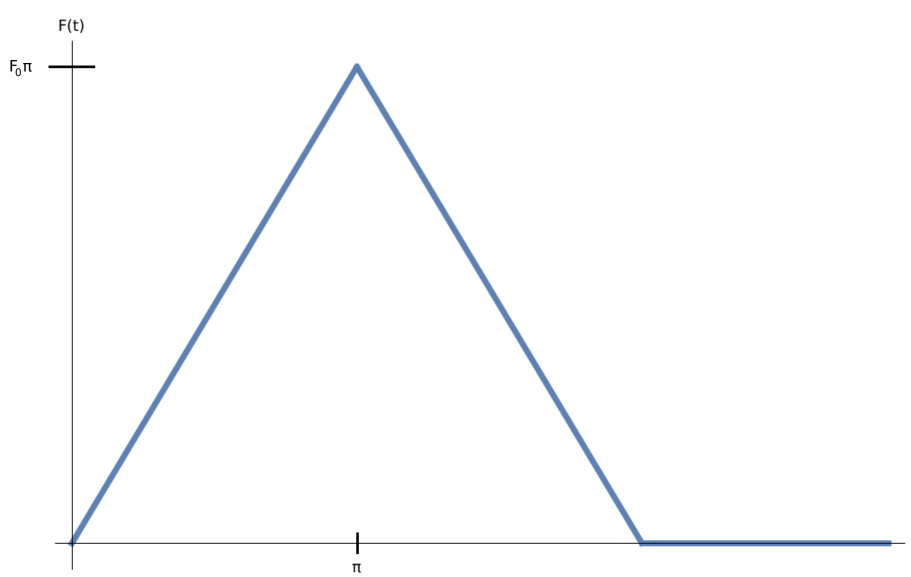
Für welche Werte des reellen Parameters λ gibt es eine von Null verschiedene Lösung $y(x)$, die für $x \to \infty$ beschränkt bleibt?

2. Finden Sie die Lösung des Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} u'' + u &= F(t) \\ u(0) = u'(0) &= 0, \end{aligned}$$

wobei F_0 eine Konstante ist und

$$F(t) = \begin{cases} F_0 t, & 0 \le t < \pi \\ F_0(2\pi - t), & \pi \le t < 2\pi \\ 0, & t \ge 2\pi. \end{cases}$$



Bitte wenden!

3. Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$r^2 u''(r) = -ru'(r) + u(r) + 2r, \quad \text{wobei} \quad r > 0.$$

a) Finden Sie die Lösung $u(r)$ mit $u(1) = 0$ und $u'(1) = 0$.

b) Finden Sie all diejenigen Lösungen $u(r)$, welche für $r \to 0$ konvergieren.

4. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^2 y'' + 4xy' + 2y = 3x$$

und zeigen Sie, dass sie nur eine auf der ganzen reellen Achse definierte Lösung hat.

5. Eine Lösungskurve $y = u(x)$ der Differentialgleichung $y'' - 3y' - 4y = 0$ schneidet eine Lösungskurve $y = w(x)$ der Gleichung $y'' + 4y' - 5y = 0$ im Ursprung. An dieser Stelle haben beide Kurven die selbe Steigung. Bestimmen Sie die Funktionen u und w, wenn ausserdem die Bedingung

$$\lim_{x \to \infty} \frac{w(x)^4}{u(x)} = \frac{5}{6}$$

erfüllt wird.