Serie 23

Die erste Aufgabe ist eine Multiple-Choice-Aufgabe (MC-Aufgabe), die online gelöst wird. Bitte schicken Sie Ihre Lösungen zu den Online MC-Fragen bis **Mittwoch, 15.05.2019 um 08:15 Uhr** ab.

Bemerkung: Bei einigen MC-Aufgaben sind mehrere Antworten richtig. Eine MC-Aufgabe ist dann korrekt gelöst und mit einem Punkt bewertet, wenn Sie genau die richtigen Antworten angeben. Andernfalls wird sie mit Null bewertet. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht. So erhalten wir eine gute Rückmeldung über allfällige Unklarheiten. Viel Erfolg!

Abgabetermin für die schriftlichen Aufgaben: Mittwoch, 15.05.2019 in der Vorlesung.

Homepage: `https://metaphor.ethz.ch/x/2019/fs/401-0262-GXL/`

MC-Aufgaben (Online-Abgabe)

1. Gegeben ist eine lineare und homogene Differentialgleichung, welche $y : x \mapsto \sin x$ als Lösung besitzt. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(a) $x \mapsto \cos x$ ist ebenfalls eine Lösung.

(b) $x \mapsto \sin(2x)$ ist ebenfalls eine Lösung.

(c) $x \mapsto 2\sin(x)$ ist ebenfalls eine Lösung.

(d) $x \mapsto \sin(x) + 2x$ ist ebenfalls eine Lösung.

2. Welche der folgenden Aussagen stimmen?

(a) Jede separierbare Differentialgleichung ist eine homogene lineare Differentialgleichung 1. Ordnung.

(b) Jede lineare Differentialgleichung 1. Ordnung ist separierbar.

(c) Jede homogene lineare Differentialgleichung 1. Ordnung ist separierbar.

(d) Jede homogene Differentialgleichung 1. Ordnung ist separierbar.

3. Bestimmen Sie durch Einsetzen die allgemeine Lösung $y(x)$ der Differentialgleichung

$$2y'' - y' - 6y = e^{3x}.$$

(a) $y(x) = C_1\, e^{2x} + C_2\, e^{-\frac{3}{2}x}$.

(b) $y(x) = C_1\, e^{2x} + C_2\, e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{1}{9}e^{3x}$.

(c) $y(x) = C_1\, e^{x} + C_2\, e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{1}{9}e^{3x}$.

4. Das Wachstum einer Taufliegen-Population unter Laborbedingungen kann näherungsweise durch die Differentialgleichung

$$\dot{f}(t) = 0.0006 \cdot (350 - f(t)) \cdot f(t)$$

beschrieben werden. Dabei bezeichnet $f(t)$ die Anzahl der Taufliegen zur Zeit t in Tagen. Für welche Zahlen $a > 0$ ist die Funktion

$$f(t) = \frac{350}{a \cdot e^{-0.21t} + 1}$$

eine Lösung der Differentialgleichung?

(a) Für kein a.

(b) Nur für $a = 350 = \lim_{t\to\infty} f(t)$.

(c) Nur für $a = \log|-0.21|$.

(d) Nur für $a = \log\left|\frac{1}{-0.21}\right|$.

(e) Für jedes a.

5. Klicken Sie die *richtigen* Aussagen an:

Die Differentialgleichung $y' = \frac{1}{x^2}y + \sin x$

(a) ist linear.

(b) lässt sich durch eine Substitution $u = \frac{y}{x}$ lösen.

(c) ist separierbar.

(d) lässt sich durch eine Substitution $u = x + y$ lösen.

Siehe nächstes Blatt!

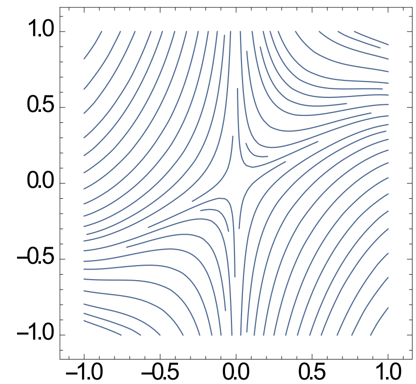
Unter folgendem Link können Sie Lösungskurven und Richtungsfelder von Differentialgleichungen visualisieren:

`https://metaphor.ethz.ch/x/2019/fs/401-0262-GXL/auth/nethz/geogebra/7.2_dgl_solver.html`

6. Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = -\frac{y}{x} + \cos\left(x^2\right).$$

Die Lösungskurven sehen Sie rechts.



7. Bestimmen Sie die Gleichung der durch den Punkt $(1, 1)$ gehenden Lösungskurve der Differentialgleichung

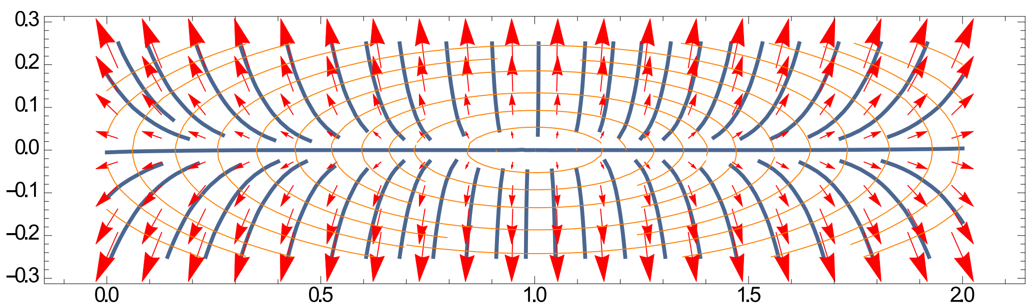
$$(y^2 - 3x^2) + 2xyy' = 0.$$

Hinweis: Die Gleichung $g(x, y) = C$ ergibt per totaler Ableitung nach x die Gleichung $g_x + g_y \cdot y' = 0$. Was ist in diesem Beispiel $g(x, y)$? Siehe auch Kapitel VII.6 im Skript.

8. **a)** Bestimmen Sie ein ebenes Vektorfeld $\vec{v}$, welches in jedem Punkt in $\mathbb{R}^2$ eine Ellipse der durch $c > 0$ parametrisierten Schar

$$(x-1)^2 + 9y^2 = c$$

senkrecht schneidet.



b) Bestimmen Sie die Feldlinien des in (a) gefundenen Vektorfeldes $\vec{v}$.