

Serie 3

Aufgabe 1

Sei $m \in \mathbb{R}$. Wir betrachten die Matrix und den Vektor

$$A_m = \begin{pmatrix} 1 & -m & 1-m \\ 1-m & 1-m & 0 \\ 1 & 1-2m & 0 \end{pmatrix} \quad b_m = \begin{pmatrix} m \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- Bestimmen Sie in Abhängigkeit von m die Determinante sowie den Rang von A_m . Wann besitzt A_m maximalen Rang?
- Berechnen Sie mit Hilfe der Cramerschen Regel in den Fällen, in denen A_m maximalen Rang aufweist (und somit A_m invertierbar ist), die Lösung des linearen Gleichungssystems $A_m x = b_m$.
- Entscheiden Sie in den Fällen, in denen A_m nicht maximalen Rang hat, ob das Gleichungssystem $A_m x = b_m$ eine Lösung besitzt. Geben Sie in diesem Fall alle Lösungen an.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie mit dem Gauss-Jordan-Verfahren die inverse Matrix der folgenden regulären Matrizen. Kontrollieren Sie am Ende der Rechnung, dass die gefundene Matrix wirklich die inverse Matrix ist.

a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

b)

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

c)

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

Sind folgende Vektoren linear abhängig oder linear unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort. Geben Sie bei linearer Abhängigkeit einen der Vektoren als Linearkombination der anderen an.

$$\text{a) } a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{f) } a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Abgabe der schriftlichen Aufgaben

Dienstag, den 12.03.2019 / Mittwoch, den 13.03.2019 in den Übungsstunden.

Präsenz der Assistenzgruppe

Zweimal in der Woche beantworten Assistierende in einer Präsenz Fragen: Montag und Donnerstag von 12 bis 13 Uhr im HG G 32.6.