Mathematik II (BIOL, HEST, PHAR) FS 2019
Prof. W. Farkas
Vincenzo Ignazio(Koordinator)

Serie 7

Aufgabe 1

a) Gegeben sei eine Fläche im Raum $\mathbb{R}^3$ durch

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z - 4 = 0\}.$$

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene an die Fläche im Punkt $(1, 2, -1)$.

Hinweis: Die Fläche kann als Graph der Funktion $g(x, y) = 4 - x^2 - y^2$ gesehen werden.

b) Gegeben sei die Funktion f durch

$$f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$$

auf dem Definitionsbereich $D = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene an den Graphen der Funktion f im Punkt $(1, 1, \frac{1}{2})$.

Aufgabe 2

a) Für die Funktion f mit $f(x, y) = \frac{x}{x^2+y^2}$ aus Aufgabe 1b) setzen wir

$$x = x(r, \phi) = r\cos(\phi) \text{ und } y = y(r, \phi) = r\sin(\phi).$$

Bestimmen Sie für die Funktion F mit $F(r, \phi) = f(x(r, \phi), y(r, \phi))$ die partiellen Ableitungen 1. Ordnung $F_r(r, \phi)$ und $F_\phi(r, \phi)$ mithilfe der Kettenregel (für Funktionen mit zwei Parametern).

Verifizieren Sie Ihr Resultat, indem Sie zuerst die Parametergleichungen in die Funktionsgleichung einsetzen und dann nach den Parametern r und ϕ ableiten.

b) Sei F mit $F(s, t) = f(x(s, t), y(s, t))$ eine Funktion mit

$$f(x, y) = x^2y + xy^2, \quad x(s, t) = s + t \quad \text{und} \quad y(s, t) = s - t.$$

Bestimmen Sie mithilfe der Kettenregel die partiellen Ableitungen 2. Ordnung $F_{ss}(s, t), F_{st}(s, t)$ und $F_{tt}(s, t)$.

Aufgabe 3

Sei $F(x,y) = x^2 - y^2 - 3xy + 1$. Eine Kurve in der (x,y)-Ebene sei gegeben durch die Bedingung $F(x,y) = 0$.

a) Finden Sie alle Schnittpunkte der Kurve mit der Geraden gegeben durch $y = -x - 1$.

b) Finden Sie die Tangente an die Kurve im Punkt $(0, -1)$.

Aufgabe 4

Berechnen Sie die kritischen Punkte der gegebenen Funktionen f, g und h. Entscheiden Sie jeweils, ob relative Minima/Maxima oder Sattelpunkte vorliegen.

a) $f(x,y) = 3xy - x^3 - y^3$

b) $g(x,y) = x^3 + 2x^2y + 3y^2$

   Hinweis: Für den einen kritischen Punkt gilt $\Delta = 0$. Trotzdem kann entschieden werden, ob dieser kritische Punkt ein relatives Minimum/Maximum oder ein Sattelpunkt ist.

c) $h(x,y) = e^{x^2+y^2} - 8x^2 - 4y^2$

Abgabe der schriftlichen Aufgaben

Dienstag, den **09.04.2019** / Mittwoch, den **10.04.2019** in den Übungsstunden

Präsenz der Assistenzgruppe

Zweimal in der Woche beantworten Doktoranden in einer Präsenz Fragen: Montag und Donnerstag von 12 bis 13 Uhr im HG G 32.6.