Momente

Sei X eine (reellwertige) Zufallsvariable auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Die *absoluten Momente* von X sind definiert als $E[|X|^p]$ für $p > 0$. Die *Momente* von X sind definiert als $m_n := E[X^n]$ für $n \in \mathbb{N}$, unter der Voraussetzung, dass $E[|X|^n] < \infty$.

Ist X diskret mit Gewichtsfunktion p_X und Wertebereich $W(X)$, so gilt

$$E[|X|^p] = \sum_{x \in W(X)} |x|^p p_X(x).$$

Das ist in $[0, +\infty]$ immer definiert. Analog gilt für $n \in \mathbb{N}$ unter der Annahme $E[|X|^n] < \infty$, dass

$$m_n = E[X^n] = \sum_{x \in W(X)} x^n p_X(x).$$

Ist X absolutstetig mit Dichtefunktion f_X, so gilt

$$E[|X|^p] = \int_{-\infty}^{\infty} |x|^p f_X(x)\, dx.$$

Das ist in $[0, +\infty]$ immer definiert. Analog gilt für $n \in \mathbb{N}$ unter der Annahme $E[|X|^n] < \infty$, dass

$$m_n = E[X^n] = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f_X(x)\, dx.$$

Wir sehen wieder die Analogie zwischen dem diskretem Fall und dem Fall mit einer Dichte.