

## Serie 1

### 1) Lineare Gleichungssysteme

Gegeben sei das System

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

- (a) Bestimme per Hand eine Lösung des Systems mit dem Gaußalgorithmus.
- (b) Prüfe Deine Lösung mit Mathematica (bitte Ausdruck mit abgeben).

Hinweis zu (a): Stelle zu dem System die augmentierte Matrix  $(A, b)$  auf, bringe sie durch Zeilenumformungen auf Zeilenstufenform, und lese eine Lösung ab.

Hinweis zu (b): Die obige Matrix und die rechte Seite definiert man in Mathematica durch  $A = \{\{1, -1, 1, 1\}, \{0, 1, 1, 1\}, \{0, 0, 1, 1\}, \{1, 1, -1, 1\}\}$  und  $b = \{1, 0, -2, 1\}$ .

Verwende den Befehl `LinearSolve[A, b]`, lies Dir den Mathematica-Hilfetext zu diesem Befehl durch.

### 2) Polynome bestimmen

Es sei  $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Bestimme die Koeffizienten  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  so, dass Folgendes gilt:

$$p(0) = 2, \quad p(1) = 4, \quad p'(1) = 2, \quad p''(1) = 2.$$

Dabei ist  $p'$  die Ableitung, und  $p''$  die zweifache Ableitung des Polynoms  $p$ . Stelle dazu ein passendes lineares Gleichungssystem auf und löse dies mit dem Gaußalgorithmus.

### 3) Gaußalgorithmus mit Parameter

Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} \alpha \\ 1 \\ 2 \\ \alpha \end{pmatrix}.$$

wobei  $\alpha$  ein freier Parameter ist. Bestimme die Lösung des linearen Gleichungssystems  $Ax = b$  in Abhängigkeit von  $\alpha \in \mathbb{R}$ , die Lösung ist ein Vektor, in dem  $\alpha$  als Parameter auftritt.

Führe dazu den Gaußalgorithmus mit der augmentierten Matrix  $(A, b)$  auf und behandle  $\alpha$  bei den Umformungen wie eine unbekannte Zahl.

Die Multiple Choice Aufgaben findest Du unter <https://echo.ethz.ch>.