D-CHAB **FS 2019**
Grundlagen der Mathematik II **Dr. Marcel Dettling**

Serie 11

1) Lineare Transformation

Eine Stichprobe mit 20 Datenwerten habe den Mittelwert $\bar{x} = 1$ und die Varianz $s_X^2 = 4$. Eine lineare Transformation der gesamten Verteilung $Y = aX + b$ führt auf den Mittelwert $\bar{y} = 2$ und die Varianz $s_Y^2 = 1$. Welche Koeffizienten stehen in der Transformationsgleichung?

2) Die Dreiecksverteilung

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls} \quad x \leq -a \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x & \text{falls} \quad -a \leq x \leq 0 \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x & \text{falls} \quad 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{falls} \quad x \geq a \end{cases}$$

für eine noch unbekannte Konstante $a > 0$.

(a) Berechne die Konstante $a > 0$, so dass $f(x)$ eine Dichtefunktion ist: $f(x) \geq 0$ und $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$.

(b) Berechne die Verteilungsfunktion $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$ zur Dichte $f(x)$.

(c) Skizziere beide Funktionen.

3) Normalverteilung mit Mathematica

Ein Gerät zur Messung des pH-Wertes einer Lösung gibt Werte aus die fehlerhaft sind, und durch eine normalverteilte Zufallsvariable modelliert werden mit Mittelwert μ (der tatsächliche pH-Wert) und Varianz $\sigma^2 = 1$.

(a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass der gemessene pH-Wert ≤ 1 ist, wenn der tatsächliche pH-Wert 2 ist.

(b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass man einen Wert ausserhalb der Skala erhält (≤ 0 oder ≥ 14), wenn man neutrale Flüssigkeiten misst ($\mu = 7$).

(c) Plotte die Dichtefunktion für die Werte $\mu = 7$ sowie $\mu = 13$.

Löse die Teile (a)-(c) mit Mathematica. Die notwendigen Befehle lauten:

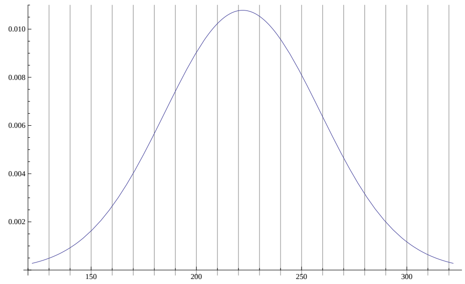
- Auswahl der Verteilung für die Zufallsvariable X durch `X = NormalDistribution[mu,sigma]`, wobei `mu` der Mittelwert, und `sigma` die Standardabweichung ist. Statt `NormalDistribution` kann hier auch eine andere Verteilung stehen.
- Die kumulative Verteilungsfunktion (Englisch: cumulative distribution function) von X ist `CDF[X]`, beispielsweise berechnet `CDF[X][2]` den Wert der Verteilungsfunktion an der Stelle $x = 2$.
- Die Dichtefunktion (probability density function) von X erhält man ebenso mit `PDF` statt `CDF`.
- Mathematica berechnet das Integral über die Glockenfunktion, d.h. man erhält einen algebraischen Ausdruck. Da hier aber nach konkreten Zahlen gefragt ist muss man die Funktionen mit Kommastellen aufrufen, also `CDF[X][1.0]` statt `CDF[X][1]`.
- Eine Funktion plottet man im Intervall $[a, b]$ mit dem Befehl `Plot[Funktion[x],{x,a,b}]`.

4) MC

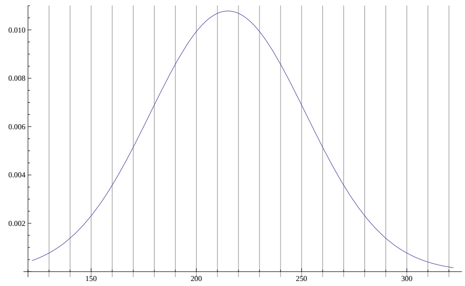
1. Der Cholesterinspiegel bei Männern mittleren Alters ist ungefähr normalverteilt mit Erwartungswert 222 mg/dl und Standardabweichung 37 mg/dl.

Welche Dichte stellt den Cholesterinsppiegel in diesem Teil der Bevölkerung dar?

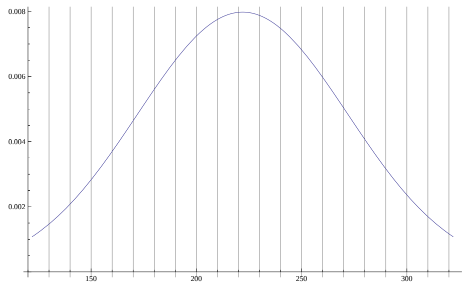
(a)



(b)



(c)



(d)