

Serie 2

1) LGS vollständig lösen

Das folgende LGS hat unendlich viele Lösungen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 4 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 12 & 4 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 9 & 5 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 7 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

- Stelle die augmentierte Matrix zum Gleichungssystem auf, bringe sie auf Zeilenstufenform, und bestimme den Rang von A und (A, b) .
- Bestimme die allgemeine Lösung des Systems per Hand (hier treten diesmal Brüche auf).
- Bestimme die allgemeine Lösung mit Mathematica mit Hilfe des Befehls `Reduce`.

Die i -te Gleichung des Systems wird in der Form $a_{i1}x_1 + \dots + a_{im}x_m = b_i$ dargestellt. Das doppelte Gleichheitszeichen ist Absicht, sonst interpretiert Mathematica die Zeile als eine Zuweisung. Der Befehl zum Auflösen lautet `Reduce[{Gleichung 1, ..., Gleichung n}]`.

2) Rang bestimmen

Bestimme den Rang der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & a \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & a & a & a \\ a & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & a+2 \end{pmatrix}$$

in Abhängigkeit des Parameters $a \in \mathbb{R}$ per Hand.

Gib danach die Matrix in Mathematica ein, und berechne den Rang mittels des Befehls `MatrixRank[A]`. Begründe warum die Ausgabe von Mathematica hier nicht korrekt ist.

3) Anzahl der Lösungen

Bestimme die Anzahl der Lösungen des folgenden LGS in Abhängigkeit des Parameters $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & \lambda \\ 1 & \lambda & \lambda & \lambda+1 \\ 0 & 6\lambda & \lambda & 3\lambda^2-2 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} \lambda \\ \lambda \\ \lambda \\ 2+3\lambda^2 \end{pmatrix}.$$

Beachte dass die Lösungen selbst nicht gefragt sind.

4) Anzahl der Lösungen

- (a) Für welche reellen a hat das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x + ay + a^2z &= u \\ax + y + a^2z &= v \\a^2x + ay + z &= w\end{aligned}$$

mit $u = v = w = 2$ genau eine, keine oder unendlich viele Lösungen? Geben Sie jeweils die Lösungsmenge an.

- (b) Geben Sie u, v, w an, so dass das Gleichungssystem für $a = -1$ keine Lösung hat.

Multiple Choice Aufgaben sind auf dem Echo. Sie sind bis zum 07.03.2019 um 10:00 Uhr zu beantworten.