

Der folgende Satz gibt Aufschluss über die eingehende Frage (iii) bez. der Abhängigkeit der Lösung von der AW:

Satz II.2: Die Funktion $\vec{f}$ sei Lipschitz-stetig mit Lipschitz-Konstanten L in einer Umgebung der AKe $\vec{y}_0, \vec{z}_0$ und seien $\vec{y}(t), \vec{z}(t)$ die Lösungen der jeweiligen AWP's.

Dann gilt für $t \in [t_0, t_0 + \varepsilon]$

$$\|\vec{y}(t) - \vec{z}(t)\| \leq e^{L(t-t_0)} \|\vec{y}_0 - \vec{z}_0\|$$

Bem.: Satz II.2 stellt sicher, dass die Lösungen stetig vom AW abhängen.

Aber Lösungen können exponentiell in der Zeit auseinander driften

Bsp.: (11) $\dot{y}(t) = \lambda y(t), y(t_0) = y_0 \rightsquigarrow y(t) = y_0 e^{\lambda(t-t_0)}$

$$\dot{z}(t) = \lambda z(t), z(t_0) = z_0 \rightsquigarrow z(t) = z_0 \cdot e^{\lambda(t-t_0)}$$

Frage: Lipschitz-Konstante $L = ?$