Def.: Ein ESV heisst konsistent von der Ordnung p (oder hat Konsistenzordnung p), wenn gilt

$$\tau = \max_{j=0,\dots,N} |\tau_j| = \mathcal{O}(h^p)$$

für h klein genug.

Ein ESV heisst konsistent falls $p \geq 1$.

LDF, KF und Konsistenzordnung sind lokale Grössen. Diese kann man (relativ) einfach mittels Taylor-Entwicklungen bestimmen:

$$\tau_{j+1} = \frac{y(\overbrace{t_j + h}^{t_{j+1}}) - y(t_j)}{h} - \phi(t_j, y(t_j), h)$$

$$= \frac{\cancel{y(t_j)} + h \cdot \dot{y}(t_j) + \frac{h^2}{2} \cdot \ddot{y}(t_j) + \dots - \cancel{y(t_j)}}{h}$$

$$- \left(\phi(t_j, y(t_j), 0) + h \cdot \phi'(t_j, y(t_j), 0) + \frac{h^2}{2} \phi''(t_j, y(t_j), 0) + \dots \right)$$

$$= \dot{y}(t_j) - \phi(t_j, y(t_j), 0)$$

$$+ \frac{h}{2}\left(\ddot{y}(t_j) - 2 \cdot \phi'(t_j, y(t_j), 0)\right)$$

$$+ \frac{h^2}{6}\left(\dddot{y}(t_j) - 3 \cdot \phi''(t_j, y(t_j), 0)\right)$$

$$+ \dots + \mathcal{O}(h^p) + \dots$$