

Satz II.3: Falls die rechte Seite der DGL $\vec{f}(t, \vec{y})$ und die Verfahrensfunktion $\vec{\phi}(t, \vec{y}, t)$ Lipschitz-stetig in $\vec{y}$ sind, dann gilt für das ESV folgende (globale) Fehlerabschätzung

$$\epsilon = \max_{j=0, \dots, N} \|\vec{y}(t_j) - \vec{y}_j\|$$

$$\leq \left(\underbrace{\|\vec{y}(t_0) - \vec{y}_0\|}_{\text{AKV Fehler}} + \sum_{j=1}^N \underbrace{\|\vec{e}_j\|}_{\substack{\text{Fehler in jedem Schritt} \\ \text{summieren sich} \\ \text{schlimmstenfalls}}} \right) \cdot e^{\tilde{L}(t_N - t_0)}$$

wobei $\tilde{L}$ die Lipschitz-Konstante der Verfahrensfunktion $\vec{\phi}$ ist.

Obige Aussage impliziert

Konsistenz der Ordnung p

$\Rightarrow$ Konvergenz der Ordnung p

Bem.: (i) Satz II.3 macht eine Aussage über die Stabilität von ESV, d.h. eine kontrollierte Fehlerfortpflanzung (AKV + LDF $\blacktriangledown$)

(ii) $\tilde{L}$ hängt über $\vec{\phi}$ mit der rechten Seite $\vec{f}$ zusammen