

# Schnellübungen 1

Sie dürfen alle Hilfsmittel benutzen. Pro Aufgabe gibt es genau eine richtige Antwort.

**Aufgabe 1.** Welche der folgenden Mengen ist offen in  $\mathbb{R}$  bezüglich der Standardtopologie?

- (a)  $\mathbb{Q}$       (b)  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$       (c)  $\mathbb{R} \setminus \{2^{-n} \mid n \in \mathbb{N}\}$       (d)  $\mathbb{R} \setminus (\{2^{-n} \mid n \in \mathbb{N}\} \cup \{0\})$

**Aufgabe 2.** Welche der folgenden Teilmengen von  $\mathbb{R}$  ist abgeschlossen, bezüglich der Standardtopologie?

- (a)  $\{x \in \mathbb{R} : -\pi \leq 1 - x^2 < 0\}$   
(b)  $\{x \in \mathbb{R} : -2 \leq 1 - x^2 < 2\}$   
(c)  $\{x \in \mathbb{R} : -\pi < 1 - x^2 \leq 0\}$   
(d) Keine der obigen Mengen ist abgeschlossen.

**Aufgabe 3.** Wir versehen  $X = [0, 2]$  mit der von der euklidischen Metrik induzierten Topologie. Was ist das Innere der Teilmenge  $[0, 1)$  von  $X$ ?

- (a)  $[0, 1)$       (b)  $(0, 1)$       (c)  $[0, 1]$       (d)  $(0, 1]$ .

**Aufgabe 4.** Sei  $X$  ein topologischer Raum und  $A, B \subseteq X$  Teilmengen. Welche Aussage gilt immer? *Die Vereinigung  $A \cup B$  ist genau dann offen in  $X$ , wenn ...*

- (a) ...  $A$  und  $B$  offen sind.  
(b) ...  $A \subset B$  und  $B$  offen ist.  
(c) ...  $X \setminus A$  und  $X \setminus B$  abgeschlossen sind.  
(d) ...  $(X \setminus A) \cap (X \setminus B)$  abgeschlossen ist.

**Aufgabe 5.** Seien  $X$  und  $Y$  topologische Räume, wobei  $X$  diskret ist. Welche Aussage gilt immer?

- (a) Jede Abbildung  $f : X \rightarrow Y$  ist stetig.  
(b) Jede Abbildung  $f : Y \rightarrow X$  ist stetig.  
(c) Es gibt eine stetige Abbildung  $f : X \rightarrow Y$ .  
(d) Es gibt keine stetige Abbildung  $f : Y \rightarrow X$ .