

## Schnellübungen 8

Sie dürfen alle nichtelektronischen Hilfsmittel benutzen. Pro Aufgabe gibt es genau eine richtige Antwort.

**Aufgabe 1.** Was können Sie über die Menge  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 - y^2 - 6z^2 = 4\}$  sagen?

- (a)  $M$  ist eine Teilmannigfaltigkeit von  $\mathbb{R}^3$  der Dimension 3;
- (b)  $M$  ist eine Teilmannigfaltigkeit von  $\mathbb{R}^3$  der Dimension 2;
- (c)  $M$  ist eine Teilmannigfaltigkeit von  $\mathbb{R}^3$  der Dimension 1;
- (d)  $M$  ist keine Teilmannigfaltigkeit von  $\mathbb{R}^3$ .

**Aufgabe 2.** Was können Sie über die Menge  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 y^2 z^2 = 0\}$  sagen?

- (a)  $M$  ist eine Teilmannigfaltigkeit von  $\mathbb{R}^3$  der Dimension 3;
- (b)  $M$  ist eine Teilmannigfaltigkeit von  $\mathbb{R}^3$  der Dimension 2;
- (c)  $M$  ist eine Teilmannigfaltigkeit von  $\mathbb{R}^3$  der Dimension 1;
- (d)  $M$  ist keine Teilmannigfaltigkeit von  $\mathbb{R}^3$ .

**Aufgabe 3.** Was ist die Dimension des Tangentialraums  $T_p M$  von  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 9x^2 + 16y^2 = 25, z = 1\}$  im Punkt  $p = (1, 1, 1) \in M$ ?

- (a) 3;      (b) 2;      (c) 1;      (d) 0.

**Aufgabe 4.** Was ist die Dimension des Tangentialraums  $T_p M$  von  $M = \mathbb{Z}^3 \subseteq \mathbb{R}^3$  im Punkt  $p = (-2, 0, 2) \in M$ ?

- (a) 3;      (b) 2;      (c) 1;      (d) 0.

**Aufgabe 5.** Welche der folgenden Teilmengen  $X \subseteq \mathbb{R}^3$  ist **keine** Nullmenge?

- (a)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \in \mathbb{Q} \text{ oder } y \in \mathbb{Q} \text{ oder } z \in \mathbb{Q}\}$
- (b)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1 \text{ und } x > 0\}$
- (c)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid xyz < 1 \text{ und } x^2 + y^2 + z^2 > 1\}$
- (d)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid xyz < 1 \text{ und } (\cos(x) - 2) \exp(yz) > 0\}$