D-MAVT Lineare Algebra I HS 2019
Prof. Dr. N. Hungerbühler

Serie 8: Online-Test

Schicken Sie Ihre Lösung bis spätestens **Freitag, den 22. November um 14:00 Uhr** ab.

Diese Serie besteht nur aus Multiple-Choice-Aufgaben und wird nicht vorbesprochen. Die Nachbesprechung findet am 30. November in der Übungsstunde statt. Bei einigen Aufgaben sind mehrere Antworten richtig. Viel Erfolg!

---

1. Bestimmen Sie das Produkt $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(a) $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

2. Berechnen Sie

$$4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{5}{6} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \frac{2}{15} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}.$$

(a) $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -\frac{7}{10} & \frac{6}{5} \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 4 & -10 \\ \frac{7}{9} & 0 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -\frac{46}{15} & -\frac{8}{5} \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 0 & -16 \\ \frac{8}{9} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$

(e) Keine der genannten Möglichkeiten.

3. Bestimmen Sie die Inverse der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(c) Die Matrix ist nicht invertierbar.

4. Gegeben sei die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} .$$

Aus dieser möchten wir die erste Spalte extrahieren. Das heisst, das Produkt von rechts oder links mit einer weiteren Matrix ist die erste Spalte von A. Für welche der folgenden Möglichkeiten ist dies gegeben?

(a) Multiplikation von links mit $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(b) Multiplikation von rechts mit $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(c) Multiplikation von links mit $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(d) Multiplikation von links mit $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(e) Multiplikation von rechts mit $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

5. Sei A eine 4×4-Matrix. Dann sind folgende Aussagen äquivalent:

i) $Ax = b$ hat für jedes b höchstens eine Lösung.

ii) $Ax = b$ hat für jedes b mindestens eine Lösung.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

6. Für die reelle Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

und den reellen Vektor $b = (1, 2, 0)^\top$ hat das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ ...

(a) keine Lösung.

(b) eine eindeutige Lösung.

(c) eine Lösungsmenge mit einem freien Parameter.

(d) eine Lösungsmenge mit zwei freien Parametern.

7. Sei A eine 2×3-Matrix. Dann existiert eine 3×2-Matrix B, welche nicht die Nullmatrix ist, aber trotzdem gilt $AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

8. Für die reelle Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

hat das lineare Gleichungssystem $Ax = 0$ ...

(a) keine Lösung.

(b) eine eindeutige Lösung.

(c) eine Lösungsmenge mit einem freien Parameter.

(d) eine Lösungsmenge mit zwei freien Parametern.

9. Für die reelle Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ -2 & 0 & -12 & a^2 - 7 \\ 0 & -1 & 7a+5 & 5 \end{pmatrix}$$

gilt:

(a) Für $a = 1$ ist B nicht invertierbar.

(b) $\operatorname{Rang} B \geq 3 \quad \forall a \in \mathbb{R}$.

(c) Für $a = 0$ ist $\det B = 0$.

10. Der Rang von

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

beträgt...

(a) 0.

(b) 1.

(c) 2.

(d) 3.

(e) 4.

11. Seien A, B zwei symmetrische Matrizen. Dann ist das Produkt AB auch symmetrisch.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

12. Gegeben sei eine orthogonale Matrix A mit Inverse A^{-1}. Dann gilt:

(a) $A^{-1} = A^T$

(b) $A^{-1} = 2A$

(c) $A^{-1} = -A$

(d) Die Inverse existiert nicht.

(e) Keine der genannten Möglichkeiten.

13. Gegeben seien:

$$A_1 := \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad A_2 := \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Dann gilt:

(a) A_1 ist nicht orthogonal.

(b) A_2 ist nicht orthogonal aber die inverse A_2^{-1} ist es.

14. Gegeben seien:

$$A_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 := \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Dann gilt:

(a) A_1 ist orthogonal.

(b) A_2 ist orthogonal.

(c) Keine der genannten Möglichkeiten.

15. Sei A eine $m \times n$-Matrix mit $m > n$, so dass $A^\top A$ die Einheitsmatrix $\mathbf{I}_n$ ist. Dann gilt:

(a) A ist orthogonal und $\|A\,\mathbf{x}\| = \|\mathbf{x}\|$ für alle Vektoren $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.

(b) A ist nicht orthogonal, aber trotzdem gilt $\|A\,\mathbf{x}\| = \|\mathbf{x}\|$ für alle $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.

(c) Sei B eine $n \times m$-Matrix, so dass BA orthogonal ist. Dann ist auch AB orthogonal.

16. Gegeben sei die $n \times n-$Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & \\ 2 & 1 & & & \\ 3 & 1 & & * & \\ \vdots & \vdots & & & \\ n & 1 & & & \end{pmatrix},$$

wobei nur die ersten beiden Spalten bekannt sind. Angenommen es existiert eine LR-Zerlegung $LR = A$, was können Sie darüber aussagen?

(a) Die erste Spalte von L ist $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & \cdots & -n \end{pmatrix}^T$.

(b) Die erste Spalte von L ist $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & \cdots & -n \end{pmatrix}^T$.

(c) Die erste Spalte von L ist gleich der ersten Spalte von A.

(d) Man muss die gesamte Matrix A kennen um die erste Spalte von L zu bestimmen.

(e) Der Eintrag r_{22} der Matrix R ist 0.

(f) Der Eintrag r_{22} der Matrix R ist 1.

(g) Der Eintrag r_{22} der Matrix R ist 3.

(h) Man muss die gesamte Matrix A kennen um den Eintrag r_{22} der Matrix R zu bestimmen.