Version A Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} y'' - y &= 0 \\ y(1) &= 1 \\ y'(1) &= 1. \end{aligned}$$

(a) $y(x) = c_1 e^x + (2 - c_1)e^{-x}$ für $c_1 \in \mathbb{R}$.

(b) $y(x) = 2e^{-x} + e^x$.

(c) $y(x) = \frac{1}{e} e^x$.

(d) $y(x) = e e^x + \frac{1}{e} e^{-x}$.

Korrekt ist: c)

Begründung: Die allgemeine Lösung lautet $y(x) = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$. Einsetzen der Anfangsbedingungen ergibt das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} c_1 e + c_2 e^{-1} &= 1 \\ c_1 e - c_2 e^{-1} &= 1. \end{aligned}$$

Die Lösung davon ist $c_1 = \frac{1}{e}$ und $c_2 = 0$.

Version B

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} y'' + 2y' &= 0 \\ y(1) &= 1 \\ y'(1) &= 2. \end{aligned}$$

(a) $y(x) = e^{-2x} + c_1$, wobei $c_1 \in \mathbb{R}$.

(b) $y(x) = e^{-2x} + e^2$.

(c) $y(x) = e e^{-2x} + 2$.

(d) $y(x) = -e^2 e^{-2x} + 2$.

Korrekt ist: d)

Begründung: Die allgemeine Lösung ist $y(x) = c_1 e^{-2x} + c_2$. Einsetzen der Anfangsbedingungen ergibt das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} c_1 e^{-2} + c_2 &= 1 \\ -2c_1 e^{-2} &= 2. \end{aligned}$$

Die Lösung davon lautet $c_1 = -e^2$ und $c_2 = 2$.

Version C

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} y'' - y' - 2y &= 0 \\ y(1) &= 1 \\ y'(1) &= -1. \end{aligned}$$

(a) $y(x) = e^{2x} + 2e^x$.

(b) $y(x) = ee^{-x}$.

(c) $y(x) = c_1 e^{2x} + (1 - c_1)e^{-x}$, wobei $c_1 \in \mathbb{R}$.

(d) $y(x) = e^2 e^{-x} + \frac{1}{e} e^2 x$.

Korrekt ist: b)

Begründung: Die allgemeine Lösung ist $y(x) = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x}$. Einsetzen der Anfangsbedingungen ergibt das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} c_1 e^2 + c_2 e^{-1} &= 1 \\ 2c_1 e^2 &= -1. \end{aligned}$$

Die Lösung davon lautet $c_1 = e$ und $c_2 = 0$.