

Version A

Sei L der Differentialoperator

$$L(y) = y^{(4)} + y'.$$

Welche der folgenden Aussagen ist/sind richtig?

- (a) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y(0) = 1$ ist ein dreidimensionaler Vektorraum.
- (b) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y^{(3)}(0) = 0$ ist ein dreidimensionaler Vektorraum.
- (c) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y(0) = y'(0) = 0$ ist ein zweidimensionaler Vektorraum.
- (d) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y'(0) = 0$ ist ein zweidimensionaler Vektorraum.

Korrekt sind: b) und c)

Begründung: a) ist kein Vektorraum, da die Addition nicht im Raum bleibt. Jede (linear unabhängige) Anfangsbedingung schränkt den vierdimensionalen Vektorraum der Lösungen $L(y) = 0$ um eine Dimension ein.

Version B

Sei L der Differentialoperator

$$L(y) = y^{(4)} + 2y'' - y'.$$

Welche der folgenden Aussagen ist/sind richtig?

- (a) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y'(0) = 0$ ist ein zweidimensionaler Vektorraum.
- (b) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y^{(3)}(0) = 0$ ist ein dreidimensionaler Vektorraum.
- (c) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y(0) = 1$ ist ein dreidimensionaler Vektorraum.
- (d) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y(0) = y'(0) = 0$ ist ein zweidimensionaler Vektorraum.

Korrekt sind: b) und d)

Begründung: c) ist kein Vektorraum, da die Addition nicht im Raum bleibt. Jede (linear unabhängige) Anfangsbedingung schränkt den vierdimensionalen Vektorraum der Lösungen $L(y) = 0$ um eine Dimension ein.

Version C

Sei L der Differentialoperator

$$L(y) = y^{(4)} - y^{(3)} + y.$$

Welche der folgenden Aussagen ist/sind richtig?

- (a) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y(0) = 1$ ist ein dreidimensionaler Vektorraum.
- (b) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y(0) = y'(0) = 0$ ist ein zweidimensionaler Vektorraum.
- (c) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y'(0) = 0$ ist ein zweidimensionaler Vektorraum.
- (d) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y^{(3)}(0) = 0$ ist ein dreidimensionaler Vektorraum.

Korrekt sind: b) und d)

Begründung: a) ist kein Vektorraum, da die Addition nicht im Raum bleibt. Jede (linear unabhängige) Anfangsbedingung schränkt den vierdimensionalen Vektorraum der Lösungen $L(y) = 0$ um eine Dimension ein.