Version A

Wenn Sie die Differentialgleichung

$$y^{(3)}(t) + 2y''(t) - 7y(t) = 0$$

als System umschreiben, erhalten Sie etwas von der Form

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}.$$

Wie muss A gewählt werden?

(a) $A = 1$.

(b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -7 \end{pmatrix}$.

(c) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 7 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

(d) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -7 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Korrekt ist: c)

Begründung: Für die Differentialgleichung $y^{(3)} + ay'' + by' + cy = 0$, setzen wir $x_0 = y$ und weiter $x_1 = x_0'(= y')$, $x_2 = x_1'(= y'')$. Dann ist also $x_2' = y^{(3)}$ und das System lautet

$$\begin{pmatrix} x_0' \\ x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ -ax_2 - bx_1 - cx_0 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix},$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -c & -b & -a \end{pmatrix}.$$

Version B

Wenn Sie die Differentialgleichung

$$y^{(3)}(t) - y'(t) + 3y(t) = 0$$

als System umschreiben, erhalten Sie etwas von der Form

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}.$$

Wie muss A gewählt werden?

(a) $A = 1$.

(b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

(c) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(d) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Korrekt ist: d)

Begründung: Für die Differentialgleichung $y^{(3)} + ay'' + by' + cy = 0$, setzen wir $x_0 = y$ und weiter $x_1 = x_0'(= y')$, $x_2 = x_1'(= y'')$. Dann ist also $x_2' = y^{(3)}$ und das System lautet

$$\begin{pmatrix} x_0' \\ x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ -ax_2 - bx_1 - cx_0 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix},$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -c & -b & -a \end{pmatrix}.$$

Version C

Wenn Sie die Differentialgleichung

$$y^{(3)}(t) + 4y''(t) - y'(t) = 0$$

als System umschreiben, erhalten Sie etwas von der Form

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}.$$

Wie muss A gewählt werden?

(a) $A = 1$.

(b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

(c) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

(d) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Korrekt ist: c)

Begründung: Für die Differentialgleichung $y^{(3)} + ay'' + by' + cy = 0$, setzen wir $x_0 = y$ und weiter $x_1 = x_0'(= y')$, $x_2 = x_1'(= y'')$. Dann ist also $x_2' = y^{(3)}$ und das System lautet

$$\begin{pmatrix} x_0' \\ x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ -ax_2 - bx_1 - cx_0 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix},$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -c & -b & -a \end{pmatrix}.$$