Version A

Sei

$$f(x) := \int_0^{\cos(x)} \sin^{2019}(t)\, dt.$$

Berechnen Sie $f'(x)$.

(a) $f'(x) = \cos(x)\sin^{2019}(t)$.

(b) $f'(x) \equiv 0$.

(c) $f'(x) = -\sin^{2019}(\cos(x))\sin(x)$.

(d) $f'(x) = \cos(\sin^{2019}(x))$.

(e) $f'(x) = 2019\sin^{2018}(x)\cos(x)$.

Korrekt ist: (c)

Begründung: Mit dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und Kettenregel, folgt im Allgemeinen:

$$\frac{d}{dx}\int_0^{g(x)} h(t)\, dt = h(g(x))g'(x).$$

Hier verwenden wir dies mit $g(x) = \cos(x)$ und $h(t) = \sin^{2019}(t)$.

Version B

Sei

$$f(x) := \int_0^{\sin(x)} \sin^{2019}(t)\, dt.$$

Berechnen Sie $f'(x)$.

(a) $f'(x) = \sin^{2019}(\sin(x))\cos(x)$.

(b) $f'(x) = 2019\sin^{2018}(x)\cos(x)$.

(c) $f'(x) = \sin(x)\sin^{2019}(t)$.

(d) $f'(x) = \sin(\sin^{2019}(x))$.

(e) $f'(x) \equiv 0$.

Korrekt ist: (a)

Begründung: Mit dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und Kettenregel, folgt im Allgemeinen:

$$\frac{d}{dx}\int_0^{g(x)} h(t)\,dt = h(g(x))g'(x).$$

Hier verwenden wir dies mit $g(x) = \sin(x)$ und $h(t) = \sin^{2019}(t)$.

Version C

Sei

$$f(x) := \int_0^{\sin(x)} \cos^{2019}(t)\,dt.$$

Berechnen Sie $f'(x)$.

(a) $f'(x) = 2019\cos^{2018}(x)\sin(x)$.

(b) $f'(x) = \sin(\cos^{2019}(x))$.

(c) $f'(x) = \sin(x)\cos^{2019}(t)$.

(d) $f'(x) = \cos^{2019}(\sin(x))\cos(x)$.

(e) $f'(x) \equiv 0$.

Korrekt ist: (d)

Begründung: Mit dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und Kettenregel, folgt im Allgemeinen:

$$\frac{d}{dx}\int_0^{g(x)} h(t)\,dt = h(g(x))g'(x).$$

Hier verwenden wir dies mit $g(x) = \sin(x)$ und $h(t) = \cos^{2019}(t)$.