

#### 4.1. Extrema

Betrachten Sie die Funktion

$$g(x) = -\frac{1}{\log(\arctan(x) + 1)}$$

- (a) Was ist ein sinnvoller Definitionsbereich für  $g(x)$ ?
- (b) Diskutieren Sie die Funktion im Hinblick auf Extrema, kritische Punkte und ihr Verhalten auf dem Rand ihres Definitionsbereichs.

#### 4.2. L'Hôpital

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2}$ ,
- (b)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(5x)}{\sin(3x)}$ ,
- (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^x}{x \log x}$ ,
- (d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log \log x}{e^x}$ .

#### 4.3. Stetigkeit einer Potenzreihe (explizit)

Das Ziel dieser Aufgabe ist es, Satz 2.15 (Potenzreihen sind stetig innerhalb des Konvergenzradius) an einem Beispiel explizit zu berechnen.

Betrachten Sie

$$s(t) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{(k+1)!}$$

(Dies ist die Reihe zu  $\frac{e^t-1}{t}$ .)

Zeigen Sie, dass  $s$  stetig ist bei 0, indem Sie explizit das  $\varepsilon$ - $\delta$ -Kriterium anwenden.

#### 4.4. Taylorreihe

Berechnen Sie die Zahl  $\sqrt[6]{e}$  bis auf einen Fehler von  $5 \cdot 10^{-3}$ . Benutzen Sie dafür die Taylorreihe der Funktion  $f(x) = e^{x^2}$ .