

7.1. Uneigentliche Integrale I

Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale, sofern diese konvergent sind.

(a) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x},$

(b) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2},$

(c) $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt{1+x^4}}.$

7.2. Uneigentliche Integrale II

Entscheiden Sie, welche der folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren:

(a) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{\cosh x},$

(b) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x-x^3}} dx,$

7.3. Picard-Iteration

Wir möchten Picard-Iteration für folgende Differentialgleichung anwenden:

$$z'(t) = -z(t), \quad z(0) = -1.$$

(a) Schreiben Sie das Problem um als äquivalentes Problem der Form

$$y'(t) = f(y, t), \quad y(0) = 0.$$

Nehmen Sie nun $-e^{\lambda t} + 1$ als Start in der Picard-Iteration für $y(t)$ für verschiedene konkrete λ :

(b) $\lambda = -1,$

(c) $\lambda = 0,$

(d) $\lambda = 2.$