

## Schnellübung 3

1. (★★) Berechnen Sie  $f': D(f) \rightarrow \mathbb{R}$  für

a)  $f: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ ,  $x \mapsto \arccos(x)$ ;

b)  $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \left(x^{\frac{1}{3}} + \sin(\arctan(x))\right)^{2017}$ ;

c) die Umkehrfunktion  $f$  von  $g: (0, +\infty) \rightarrow (0, 2)$ ,  $x \mapsto 2e^{-x^2}$ .

2. (★★) Es sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine differenzierbare Funktion. Zeigen Sie, dass falls  $f$  eine gerade Funktion ist, dann ist  $f'$  eine ungerade Funktion.

3. (★★) Es sei die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$x \mapsto \sinh(2x) - 2 \sinh(x) \cosh(x).$$

a) Zeigen Sie  $f''(x) - 4f(x) = 0$ .

b) Zeigen Sie  $f(x) + \frac{1}{2}f'(x) = 0$ . Wieso folgt daraus, dass  $f(x) = 0$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ ?

c) Zeigen Sie  $\cosh(2x) = \cosh(x)^2 + \sinh(x)^2$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ .

4. (★★) Berechnen Sie, mit Hilfe der *Bernoulli-Hôpital*-Regel folgende Grenzwerte:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2-4x} - 1}{2x^2 - 8x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctan(x) - \frac{\pi}{4}}{\tan(\pi x/4) - 1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 5}{x \ln^2(x)}$