

Schnellübung 3

1. (★★) Berechnen Sie $f': D(f) \rightarrow \mathbb{R}$ für

a) $f: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi], x \mapsto \arccos(x)$;

b) $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \left(x^{\frac{1}{3}} + \sin(\arctan(x))\right)^{2017}$;

c) die Umkehrfunktion f von $g: (0, +\infty) \rightarrow (0, 2), x \mapsto 2e^{-x^2}$.

2. (★★) Es sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion. Zeigen Sie, dass falls f eine gerade Funktion ist, dann ist f' eine ungerade Funktion.

3. (★★) Es sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$x \mapsto \sinh(2x) - 2 \sinh(x) \cosh(x).$$

a) Zeigen Sie $f''(x) - 4f(x) = 0$.

b) Zeigen Sie $f(x) + \frac{1}{2}f'(x) = 0$. Wieso folgt daraus, dass $f(x) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$?

c) Zeigen Sie $\cosh(2x) = \cosh(x)^2 + \sinh(x)^2$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

4. (★★) Berechnen Sie, mit Hilfe der *Bernoulli-Hôpital*-Regel folgende Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2-4x} - 1}{2x^2 - 8x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctan(x) - \frac{\pi}{4}}{\tan(\pi x/4) - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 5}{x \ln^2(x)}$