

## Schnellübung 5

1. (★★) Bestimmen Sie

a)  $\int (t - x) dx;$

d)  $\int x (1 + x^2)^9 dx;$

b)  $\int (t - x) dt;$

e)  $\int \frac{1 - x^5}{1 - x} dx;$

c)  $\int x e^{x^2} dx;$

f)  $\int \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1} dx.$

2. (★★) Es sei  $f$  eine stetige Funktion definiert auf  $\mathbb{R}$ . Wir definieren

$$F: x \mapsto \int_{-x}^{e^x} f(t) dt.$$

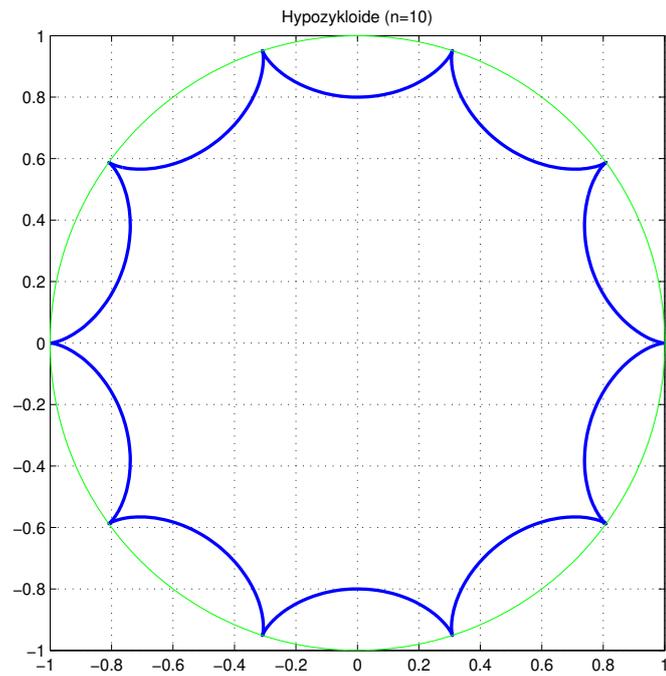
Bestimmen Sie  $F'$ .

3. (★★★) Es sei  $n \geq 3$  eine ganze Zahl. Im Innern eines Kreises mit Radius 1 rolle ein kleiner Kreis  $C$  mit Radius  $1/n$  ab. Ein Punkt der Peripherie des Kreises  $C$  beschreibt dann eine geschlossene Kurve  $K$  (eine *Hypozykloide*), welche durch die Parametrisierung ( $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ )

$$\begin{aligned} x(\varphi) &= \frac{1}{n}((n-1)\cos\varphi + \cos((n-1)\varphi)), \\ y(\varphi) &= \frac{1}{n}((n-1)\sin\varphi - \sin((n-1)\varphi)) \end{aligned}$$

beschrieben wird.

**Bitte wenden!**



- a) Berechnen Sie in Abhängigkeit von  $n$ , die durch die Kurve  $K$  eingeschlossene Fläche.
- b) Für welche  $n$  ist diese Fläche grösser als  $2/3$  der Fläche des grossen Kreises?