

Linearkombinationen von Zufallsvariablen

- X und Y seien zwei unabhängige Zufallsvariablen mit $E(X) = 1$, $Var(X) = 3$, $E(Y) = 3$, $Var(Y) = 2$.
- Betrachte folgende Aussagen:
 - a) $Var(X - Y) = 1$
 - b) $E(X + 3Y) = 10$
- Es ist:
 - (a) Richtig / (b) Richtig
 - (a) Falsch / (b) Richtig
 - (a) Richtig / (b) Falsch
 - (a) Falsch / (b) Falsch
 - Keine Ahnung

Linearkombinationen von Zufallsvariablen

- Es gilt (zusätzliche Rechenregel):

$$\text{Var}(aX + bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\text{Cov}(X, Y)$$

- Also:

$$\begin{aligned}\text{Var}(X - Y) &= \text{Var}(1 \cdot X + (-1) \cdot Y) \\ &= 1^2\text{Var}(X) + (-1)^2\text{Var}(Y) + 2 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot \text{Cov}(X, Y) \\ &= \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) - 2\text{Cov}(X, Y)\end{aligned}$$

- Weil X und Y unabhängig sind, gilt zudem $\text{Cov}(X, Y) = 0$
- Also $\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) = 3 + 2 = 5$. Aussage a) ist falsch.

- Es gilt (Rechenregeln):

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$$

- Also: $E(X + 3Y) = E(X) + 3E(Y) = 1 + 3 \cdot 3 = 10$. Aussage b) stimmt.

Box

- Wir ziehen 100 mal mit Zurücklegen von einem Box mit den Nummern 0, 2, 3, 4, 6 und berechnen die Summe.
- Wir betrachten folgende Aussagen:
 - (a) Der Erwartungswert der Summe ist genau 300.
 - (b) Der Erwartungswert der Summe ist etwa 300, plus oder minus 20 oder so.
 - (c) Die Summe ist genau 300.
 - (d) Die Summe ist etwa 300, plus oder minus 20 oder so.
- Welche Aussagen stimmen?
 - (a) und (c)
 - (b) und (d)
 - (a) und (d)
 - (b) und (c)

Würfeln

- Wir würfeln n mal. Betrachte folgende Szenarien:
 - (a) Sie gewinnen CHF 10 falls es in mehr als 20% der Fälle einen "1" gibt.
 - (b) Sie gewinnen CHF 10 falls es in mehr als 15% der Fälle einen "1" gibt.
 - (c) Sie gewinnen CHF 10 falls es in 15%-20% der Fälle einen "1" gibt.
- In jedem Szenario, was ist besser für Sie: $n = 60$ oder $n = 600$ mal würfeln?
 - (a) 60, (b) 60, (c) 60
 - (a) 600, (b) 60, (c) 60
 - (a) 60, (b) 600, (c) 600
 - (a) 60, (b) 60, (c) 600