

## Serie 2

4. Beschreiben Sie alle möglichen Inzidenzgeometrien (d.h. Modelle der Axiome I1, I2, I3) mit fünf Punkten, wobei isomorphe Modelle identifiziert werden. Welche dieser Inzidenzgeometrien erfüllen Axiom P?
5. Eine *projektive Ebene* ist eine Menge von Punkten und eine Menge von Teilmengen von Punkten, welche Geraden heissen, so dass folgende Axiome gelten:
  - P1. Durch zwei verschiedene Punkte geht genau eine Gerade.
  - P2. Zwei verschiedene Geraden schneiden sich in genau einem Punkt.
  - P3. Jede Gerade enthält mindestens drei Punkte.
  - P4. Es gibt drei Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen.
  - (a) Schreiben Sie P2 und P3 formal auf (mit Hilfe der Prädikate  $G(\cdot)$  und  $I(\cdot, \cdot)$ ).
  - (b) Zeigen Sie: Jede projektive Ebene enthält mindestens sieben Punkte.
  - (c) Zeigen Sie, dass es bis auf Isomorphie genau eine projektive Ebene mit sieben Punkten gibt.
  - (d) Zeigen Sie, dass die Axiome P1, P2, P3, P4 unabhängig sind

P4'. Es gibt mindestens zwei verschiedene Geraden.

  - (e) Zeigen Sie, dass die Axiomensysteme P1, P2, P3, P4 und P1, P2, P3, P4' äquivalent sind (d.h. jedes Modell des einen Axiomensystems ist auch ein Modell des anderen Axiomensystems).

P34. Es gibt vier Punkte, von denen keine drei Punkte auf einer Geraden liegen.

  - (f) Zeigen Sie, dass die Axiomensysteme P1, P2, P3, P4 und P1, P2, P34 äquivalent sind.

**Abgabe:** Am Montag, den 14. Oktober, bis 12 Uhr, in die Fächer im HG J 68.

**Internet:** Die Übungsblätter mit Lösungen sowie weitere Hinweise zur Vorlesung finden Sie unter: <https://metaphor.ethz.ch/x/2019/hs/401-1511-00L/>