Serie 5

13. (a) Zeigen Sie, dass Punkte und Geraden in der reellen cartesischen Ebene die Axiome I1, I2, I3 erfüllen.

    (b) Zeigen Sie, dass es zu jeder Geraden g und jedem Punkt P in der reellen cartesischen Ebene genau eine Gerade durch P gibt, die parallel ist zu g.

14. (a) Schreiben Sie die Gleichung des Kreises mit Mittelpunkt $M = (3, -2)$ und Radius $r = 3$ in der Basis $\tilde{e}_1 = (3, 1)$, $\tilde{e}_2 = (3, -5)$.

    (b) Finden Sie eine Basis $\tilde{e}_1$, $\tilde{e}_2$, in der die Gleichung der Ellipse

    $$5x^2 - 6xy + 5y^2 - 64 = 0$$

    die Form $\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 - 4 = 0$ hat.

15. Bestimmen Sie in den folgenden Fällen das Doppelverhältnis DV$(ABXY)$:

    (a) $A = (0, 0)$, $B = (11, 0)$, $X = (5, 0)$, $Y = (7, 0)$,

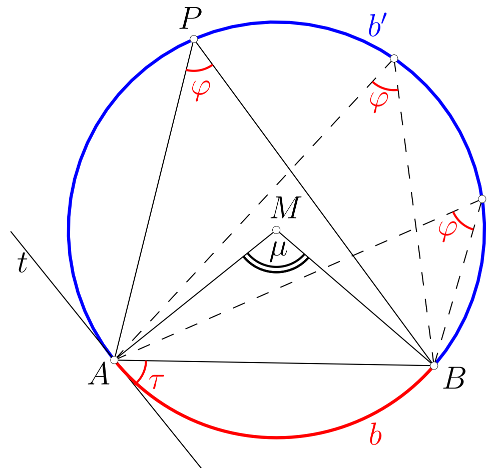
    (b) $A = (0, -\frac{3}{7})$, $B = (0, \frac{13}{3})$, $X = (0, \frac{7}{4})$, $Y = (0, \frac{17}{2})$,

    (c) $A = (-5, 7)$, $B = (22, -11)$, $X = (1, 3)$, $Y = (4, 1)$.

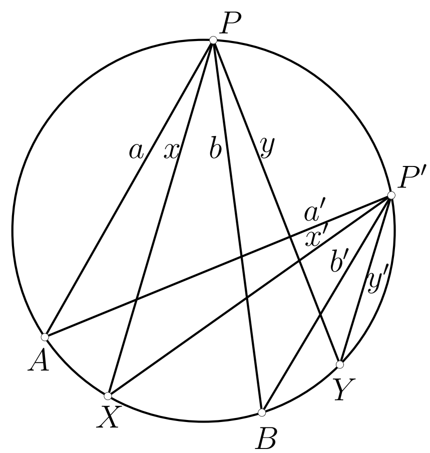
16. (a) Beweisen Sie den Peripheriewinkelsatz: *Alle Peripheriewinkel φ über dem Kreisbogen b sind gleich gross, nämlich gleich gross wie der zugehörige Sehnentangentenwinkel τ und halb so gross wie der zugehörige Zentriwinkel μ (der auch überstumpf sein kann, falls b grösser als ein Halbkreis ist). Etwas formaler ausgedrückt heisst das:*

    $$\varphi = \tau = \frac{\mu}{2}$$

    Umgekehrt liegen die Punkte P der Dreiecke $\triangle ABP$ mit $\sphericalangle APB = \varphi$ auf dem Kreisbogen b' (bzw. auf dem an AB gespiegelten Kreisbogen, falls P auf der anderen Seite von AB liegt).



(b) Zeigen Sie, dass in der folgenden Figur $\mathrm{DV}(abxy) = \mathrm{DV}(a'b'x'y')$.



17. Gegeben seien vier Punkte A, A', X, X' in der Ebene, von denen keine drei auf einer Geraden liegen. Konstruieren Sie nur mit dem Lineal ein harmonisches Geradenbüschel durch A, A', X, X', d.h. vier kopunktale Geraden a, a', x, x' durch die entsprechenden Punkte mit $\mathrm{DV}(aa'xx') = -1$.

Abgabe: Am Montag, den 25. November, bis 12 Uhr, in die Fächer im HG J 68.