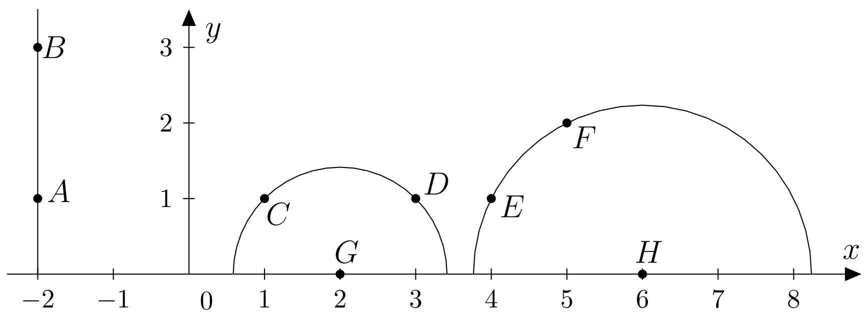
D-MATH & D-PHYS | Geometrie | HS 2019

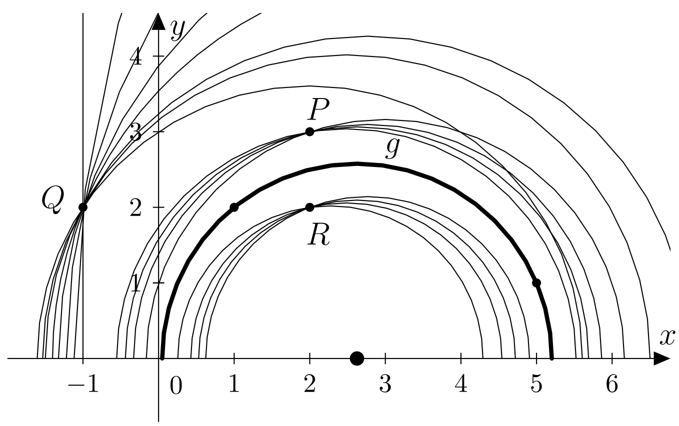
PD Dr. L. Halbeisen

Lösung 1

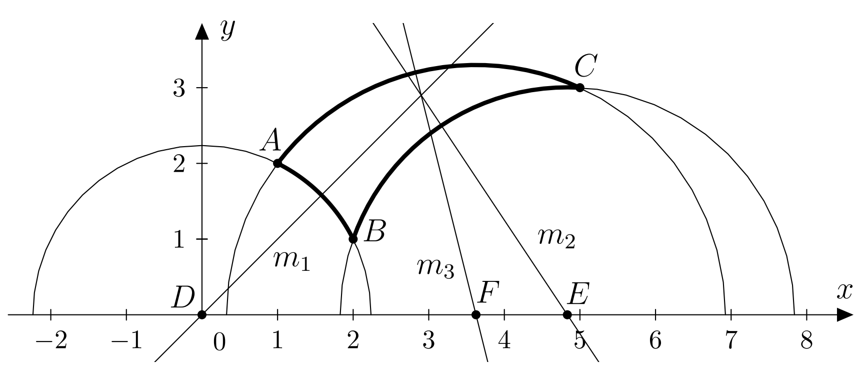
1. (a) Die erste Gerade ist vertikal, die andern beiden sind (euklidische) Kreise. Um den Mittelpunkt der Kreise zu bestimmen, kann man die Mittelsenkrechte auf die Strecke $\overline{CD}$ bzw. $\overline{EF}$ mit der x-Achse schneiden.



   (b) Alle ausser einer Geraden sind jeweils Halbkreise mit Mittelpunkt auf der x-Achse durch den jeweiligen Punkt, die die Gerade g nicht schneiden.



2. Die Mittelsenkrechten auf die Seiten des euklidischen Dreiecks ergeben die Mittelpunkte D, E und F der Kreise, auf welchen die Seiten des hyperbolischen Dreiecks liegen.

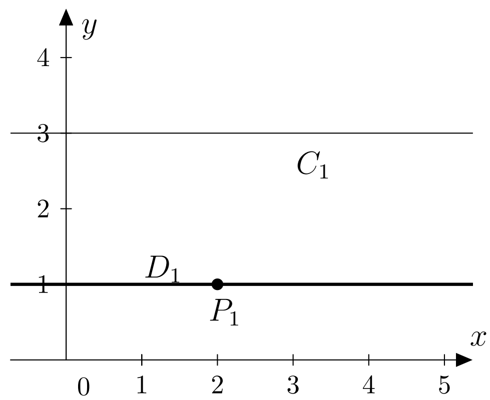


Zur näherungsweisen Bestimmung der Innenwinkel kann man in den Punkten A, B, C die Tangenten an die jeweiligen Kreise einzeichnen und dann die Winkel zwischen diesen Tangenten messen. Sind α, β, γ die respektiven Winkel, so erhalten wir

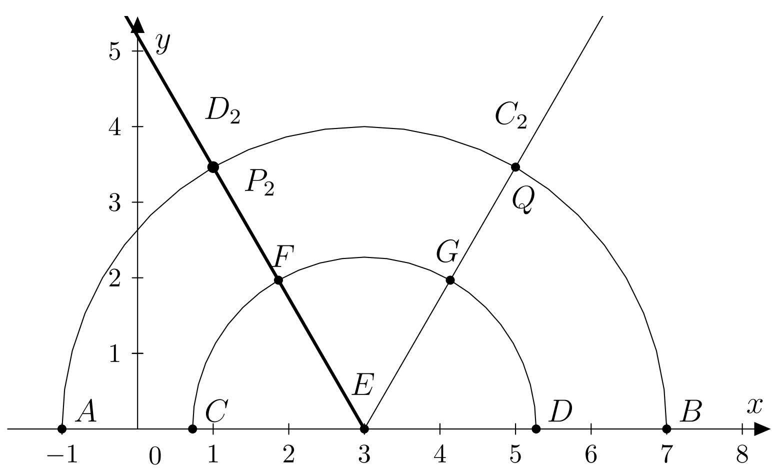
$$\alpha \approx 79^\circ, \ \beta \approx 46^\circ, \ \gamma \approx 21^\circ.$$

Wir bemerken, dass die Winkelsumme mit $\alpha + \beta + \gamma \approx 146^\circ$ kleiner ist als 180°.

3. (a) Der Abstand eines Punktes P zu C_1 wird entlang der senkrechten Geraden durch P realisiert. Damit gilt $d(P, C_1) = \left|\log\left(\frac{P_y}{3}\right)\right|$ und die Äquidistante D_1 zu C_1 durch P_1 ist die horizontale Gerade durch P_1.



(b) Wir betrachten die folgende Skizze:



Für einen beliebigen Punkt F ist der Mittelpunkt des euklidischen Halbkreises, der den Abstand zwischen F und C_2 realisiert, der Punkt $E = (3, 0)$. Aus der Definition der Distanz folgt daher, dass $d(F, C_2) = d(F, G)$ genau dann mit $d(P_2, C_2) = d(P_2, Q)$ übereinstimmt, wenn F den Kreisbogen von C nach D im selben Verhältnis teilt wie P_2 den Kreisbogen von A nach B. Als Äquidistante D_2 zu C_2 durch P_2 erhalten wir also den euklidischen Strahl ausgehend von E durch P_2.