Serie 6

1. Sei V ein reeller Vektorraum und $\Psi : V \to \mathbb{R}$ eine quadratische Funktion mit zugehöriger symmetrischer Bilinearfunktion T.

   a) Zeigen Sie, dass der Ausartungsraum von Ψ ein Untervektorraum von V ist.

   b) Sei $V := \mathbb{R}^2$. Finden Sie eine symmetrische Bilinearfunktion T auf V mit nicht-trivialem Auswartungsraum.

2. Sei $n \geq 1$ und $V := \mathbb{R}^n$. Sei Ψ eine quadratische Funktion und $u \in V$, so dass $\Psi(u) \neq 0$. Zeigen Sie, dass

$$\{v \in V \mid T(u, v) = 0\}$$

   ein $(n-1)$-dimensionaler Untervektorraum von V ist, wobei T die zugehörige symmetrische Bilinearfunktion ist.

3. a) Sei $A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$. Finden Sie eine orthonormale Basis von $\mathbb{R}^2$ bezüglich der A Diagonalform hat und bestimmen Sie die Matrix von A bezüglich dieser Basis.

   b) Sei $B := \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$. Finden Sie eine orthonormale Basis von $\mathbb{R}^2$ bezüglich der B Diagonalform hat und bestimmen Sie die Matrix von B bezüglich dieser Basis.

   Hinweis: Benutzen Sie das Verfahren des Beispiels auf Seite 35 der Vorlesungsnotizien.