**6.1. Reihen reellen Zahlen** Bestimme den Konvergenzbereich der folgenden Reihen (d.h. die Menge aller $x \in \mathbb{R}$ so dass die Reihe konvergiert). Begründe deine Antwort.

**(a)** $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$,

**(b)** $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n e^{2nx}$,

**(c)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(1-x)^{2n}}$ wobei $x \neq 1$.

**6.2. MC Fragen** Wählen Sie die richtigen Antworten.

**(a)** Die Aufrundungsfunktion $\mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \lceil x \rceil := \min\{n \in \mathbb{Z} \mid n \geq x\}$ ist im Punkt $x = 2$

- ☐ stetig.
- ☐ unstetig.
- ☐ Die Informationen genügen nicht um zu schliessen.

**(b)** Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion. Welche der folgenden Bedingungen stellt sicher, dass $\lim_{x\to 2} f(x) = \pi$? dass für jede Folge $(x_n)_n$, die Grenzwert 2 hat, $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = \pi$ gilt.

- ☐ $\lim_{x\to 2} \frac{f(x)}{x} = \frac{\pi}{2}$;
- ☐ Für jedes $\epsilon > 0$ existiert $\overline{n} \in \mathbb{N}$, so dass $|f(2 - 1/n) - \pi| < \epsilon$ für jedes $n \geq \overline{n}$;
- ☐ $\lim_{n\to\infty} f(2 - 1/n) = \pi$.

**6.3. Stetigkeit I** Es sei $f(x) = \frac{1}{x^2+4}$. Zu jedem $\epsilon > 0$ ist ein $\delta(\epsilon) > 0$ so zu bestimmen, dass aus $|x - y| < \delta$

$$|f(x) - f(y)| < \epsilon$$

folgt.

**6.4. Zwischenwertsatz**

**(a)** Es sei $f : [0,1] \to [0,1]$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie, dass $f$ einen Fixpunkt hat, d.h. es gibt ein $x \in [0,1]$ derart, dass $f(x) = x$ gilt.

**(b)** Es sei $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(0) = f(1) = 0$. Zeigen sie dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ ein $x \in [0, \frac{n-1}{n}]$ existiert, so dass $f(x) = f(x + \frac{1}{n})$.