Version A

Welche der folgenden Differentialgleichungen ist/sind separierbar? (Jeweils für $x > 0$.)

(a) $y' = y^2 + x$,

(b) $xy' = xy + y$,

(c) $xy' = xy^2 + y^2$,

(d) $\log(y') = x\sin(y)$.

Korrekt sind: (b) und (c)

Begründung: (b) resp. (c) lassen sich umschreiben als

$$\frac{y'}{y} = \frac{x+1}{x},$$
$$\frac{y'}{y^2} = \frac{x+1}{x},$$

sind also separabel. Für (a) geht dies offensichtlich nicht, bei (d) können wir das Exponential davon betrachten: $y' = e^{x\sin(y)}$ und sehen, dass auch dies nicht separierbar ist.

Version B

Von den folgenden Differentialgleichung ist genau eine exakt. Welche?

(a) $y'(x^2 + 3) + (\sin(x) + y) = 0$,

(b) $y'(\cos(y) + x) + (e^x + y) = 0$,

(c) $y'xy + e^{xy} = 0$,

(d) $y'(y^2 + 3) + (\cos(x) + y) = 0$.

Korrekt ist: (b)

Eine Gleichung der Form $y'q(x,y) + p(x,y) = 0$ ist exakt, falls $\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y}$. Die Gleichungen sind bereits von der korrekten Form, wir können also direkt ableiten. Bei (b) ergibt dies

$$\frac{\partial}{\partial x}(\cos(y) + x) = 1,$$
$$\frac{\partial}{\partial y}(e^x + y)1,$$

also ist (b) exakt.