Schnellübung 13

1. (★★½) Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme:

a)

$$\begin{cases} y' - 3y = e^{2x}, & x \in (-\infty,\, \infty) \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} xy' - 2y = x^5, & x \in (0,\, \infty) \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} y' + y\,\tan x = \sin 2x, & x \in (-\frac{\pi}{2},\, \frac{\pi}{2}) \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

d)

$$\begin{cases} (1+x^2)y' + 4xy = (1+x^2)^{-2}, & x \in (-\infty,\, \infty) \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

2. (★★½) Bestimmen Sie die Gleichung der durch den Punkt $(1,1)$ gehenden Lösungskurve der Differentialgleichung

$$(y^2 - 3x^2) + 2xyy' = 0.$$

Hinweis: Die Gleichung $g(x,y) = C$ ergibt per totaler Ableitung nach x die Gleichung $g_x + g_y \cdot y' = 0$. Was ist in diesem Beispiel $g(x,y)$? Siehe auch Kapitel VII.6 im Skript.

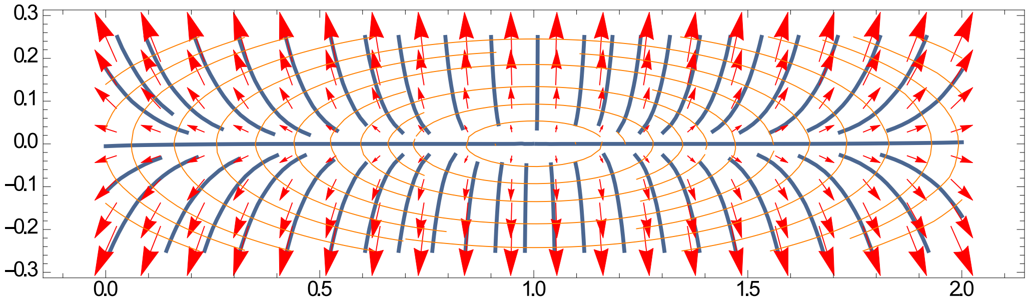
Bitte wenden!

3. (★★)

a) Bestimmen Sie ein ebenes Vektorfeld $\vec{v}$, welches in jedem Punkt in $\mathbb{R}^2$ eine Ellipse der durch $c > 0$ parametrisierten Schar

$$(x-1)^2 + 9y^2 = c$$

senkrecht schneidet.



b) Bestimmen Sie die Feldlinien des in (a) gefundenen Vektorfeldes $\vec{v}$.