

Schnellübung 8

1. (★★★) Bestimmen Sie die Koeffizienten a_k der Reihenentwicklung

a) $\frac{1}{(x-3)^2} = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ mit $|x| < 3$.

Hinweis: Schreiben Sie zuerst die Stammfunktion von $f(x) := \frac{1}{(x-3)^2}$ als eine Potenzreihe.

b) $\frac{5}{-x^2 + x + 6} = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (x-1)^k$ mit $|x-1| < 2$.

Hinweis: Partialbruchzerlegung.

2. (★★) Bestimmen Sie die Koeffizienten c_k der Reihenentwicklung

$$e^x \cos x = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k.$$

Hinweis: Setzen Sie $\cos x = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$ ein, multiplizieren Sie aus und verwenden Sie die Exponentialreihe.

3. (★★★) Finden Sie eine Funktion $f : (x, y) \mapsto f(x, y)$, die die folgenden Bedingungen erfüllt:

$$f_{xy} \equiv 1, \quad f(x, 1) = x^3, \quad f(0, y) = e^{y-1} - 1.$$

Führen Sie dazu wie in Kapitel IV.2 des Skripts Hilfsfunktionen ein, um eine mögliche Form von f zu finden, und benützen Sie die gegebenen Bedingungen, um die Hilfsfunktionen genauer zu beschreiben.