

Probe-Midterm Numerische Methoden

Wichtige Hinweise:

- Zeitdauer: 30 Minuten.
- Geben Sie knappe Antworten.
- Die Lösungen finden Sie in den entsprechenden Serien.

Aufgabe	1	2	3	4	Total
Max. Punkte	4	3	7	4	18
Punkte					

Bitte wenden!

Aufgaben:

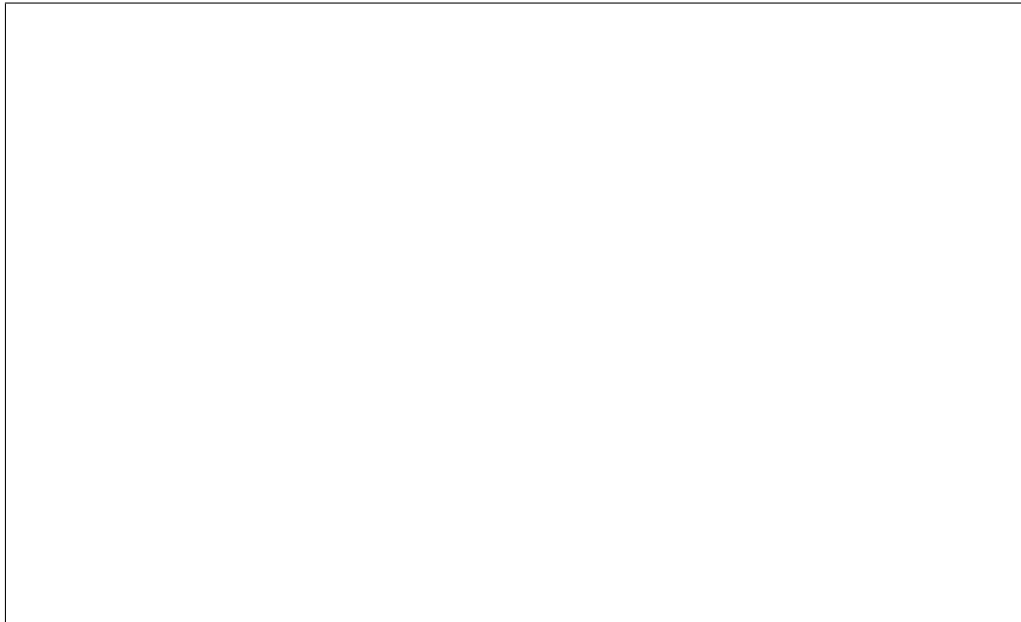
1. Quadraturregel (4 Points) (Serie 2 Aufgabe 2)

Wir betrachten eine 2-Punkte Quadraturregel über dem Referenz-Intervall $I = [-1, +1]$ der Form

$$Q[f] = 2 \cdot (\omega_0 f(x_0) + \omega_1 f(x_1))$$

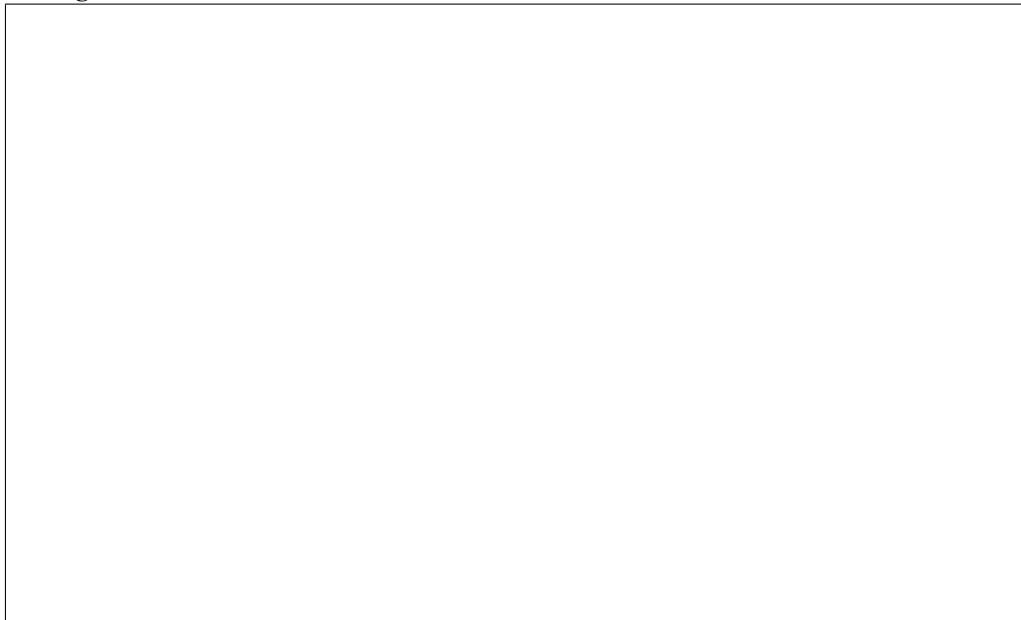
- a) Bestimmen Sie die Quadratur-Knoten and -Gewichte so, dass die Quadraturregel Genauigkeitsgrad $q = 3$ hat.

Lösung:



- b) Transformieren Sie die Quadraturregel auf ein beliebiges Intervall $I = [a, b]$.

Lösung:



Siehe nächstes Blatt!

2. Autonomisierung (3 Points) (Serie 5 Aufgabe 4c)

Autonomisieren Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= -y(t) + \cos(t)e^{-t}, \\ y(0) &= 7. \end{aligned}$$

Lösung:

Bitte wenden!

3. RLC Schaltkreis (7 Points) (Serie 6 Aufgabe 2)

Die Ladung Q von einem Kondensator in einem RLC Schaltkreis erfüllt die Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{Q}{C} = E, \quad (1)$$

wobei L der Induktivität, R dem Widerstand, C der Kapazität und E der Anregung entsprechen. Die Anfangswerte seien gegeben durch

$$Q(t_0) = Q_0, \quad \dot{Q}(t_0) = I_0.$$

- a) Wandeln Sie (1) in ein System von Differentialgleichungen erster Ordnung um.

Lösung:

- b) Vervollständigen Sie folgende MATLAB Implementierung, das die Kurve der Ladung und des Stromes mit $N = 100$ Schritten des expliziten Eulerverfahrens approximiert:

```
% Anfangswert und Endzeit
Q0 = 0;
I0 = 0;
T = 1;

% Konstanten
L = 1;
R = 2;
C = 0.0016;

% Anregung
E = @(t) 10*cos(100*t);

% Implementieren Sie unten
```

Siehe nächstes Blatt!

% END

Bitte wenden!

4. *Quadratur für 2D-Integrale (4 Points)* (Serie 3 Aufgabe 4)

Betrachten Sie die 1D-Gauss-Legendre Quadratur über den Referenzintervall $[-1, +1]$

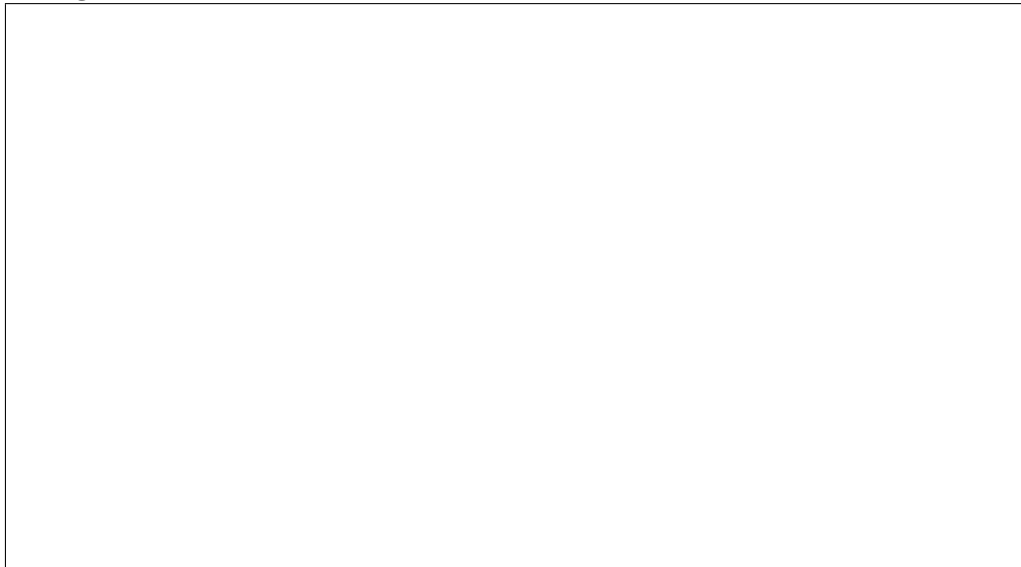
$$Q_n[f] = \sum_{k=0}^n w_k f(x_k).$$

Die Gewichte und die Knoten für $n = 1$ sind

$$x_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \quad x_1 = +\frac{1}{\sqrt{3}}, \quad w_0 = w_1 = 1.$$

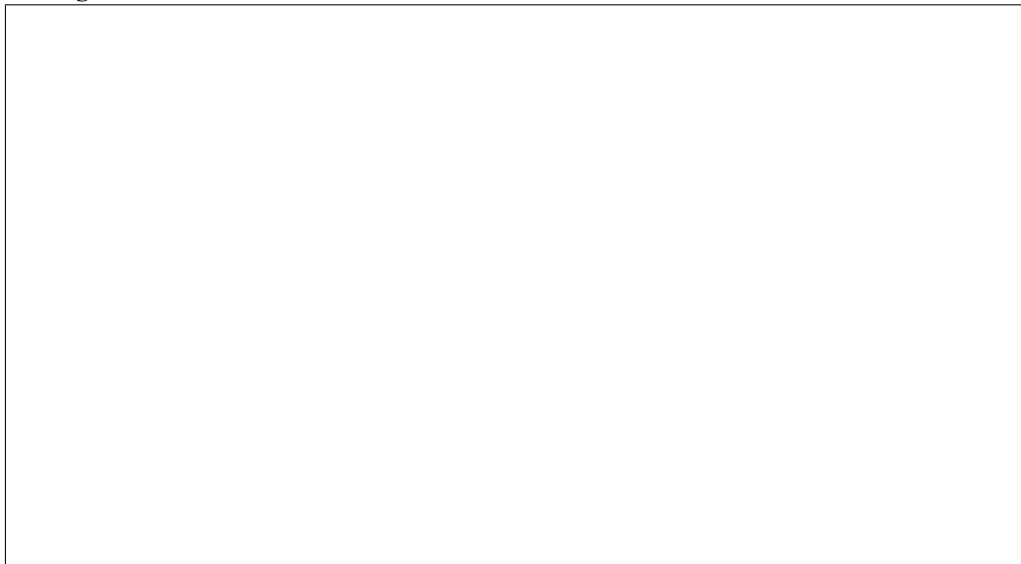
- a) Geben Sie die Gewichte und die Knoten der 2D-Gauss-Legendre Quadratur mit Q_1 auf dem Referenzviereck $[-1, 1] \times [-1, 1]$ an.

Lösung:



- b) Geben Sie die Gewichte und die Knoten der 2D-Gauss-Legendre Quadratur mit Q_1 auf dem Rechteck $[0, 1] \times [0, 2]$ an.

Lösung:



Siehe nächstes Blatt!