

Lernkontrolle Lineare Algebra I

Wichtige Hinweise:

Sie haben für den folgenden Test **45 Minuten** Zeit. Jede MC-Frage besteht aus zwei Teilen: Einem inhaltlichen Teil und einem metakognitiven Teil. Bei der inhaltlichen Frage ist jeweils **genau eine Antwort korrekt**. Bei der dazugehörigen metakognitiven Frage geben Sie bitte jeweils auf einer Skala von 1 bis 5 an, wie sicher Sie sich bezüglich Ihrer Antwort fühlen. Eine 1 bedeutet hierbei «ich fühle mich gar nicht sicher», während eine 5 für «ich fühle mich sehr sicher» steht. Falls Sie keine Zeit mehr haben, eine oder mehrere Aufgaben zu lösen, so kreuzen Sie bei der jeweiligen metakognitiven Frage bitte **keine** Antwort an. Die Aufgaben dürfen in beliebiger Reihenfolge bearbeitet werden. Es sind **keine Hilfsmittel** erlaubt.

Damit Sie später Ihre Leistung überprüfen können, **merken Sie sich bitte die Nummer auf Ihrem Antwortblatt**. Sie werden nach der Prüfung ein Dokument erhalten, wo Ihre erreichte Punktzahl unter dieser Nummer aufgeführt ist.

Zum Ausfüllen der Antwortblätter:

- Falls nötig, korrigieren Sie falsche Antworten mit **Tipp-Ex Korrekturfolien** (es darf **kein flüssiger Tipp-Ex** verwendet werden). Falls Sie keinen solchen Tipp-Ex besitzen, melden Sie dies bitte dem Hilfsassistenten/der Hilfsassistentin. **Zeichnen Sie nach einer Korrektur das Kästchen nicht nach.**
- Verwenden Sie keine Bleistifte oder Filzstifte/Füller, die auf die Rückseite des Antwortbogens durchdrücken. Schreiben Sie mit einem **Kugelschreiber in blauer oder schwarzer Farbe**, keinesfalls in roter oder grüner.
- Schreiben Sie keine Notizen auf das Antwortblatt.
- **Bitte malen Sie die Antwortkästchen wie im folgenden Beispiel aus:**

Aufgabe 1

a) b) c) d) Gar nicht sicher Sehr sicher
1 2 3 4 5

1) Welchen Rang hat die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 9 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$?

- a) $\text{Rang}(A) = 0$
- b) $\text{Rang}(A) = 1$
- c) $\text{Rang}(A) = 2$
- d) $\text{Rang}(A) = 3$

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

2) Wie lautet die Determinante der Matrix $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & -6 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$?

- a) $\text{Det}(B) = 3$
- b) $\text{Det}(B) = -40$
- c) $\text{Det}(B) = 0$
- d) $\text{Det}(B) = 40$

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

3) Welche der folgenden Aussagen über das lineare Gleichungssystem ist wahr?

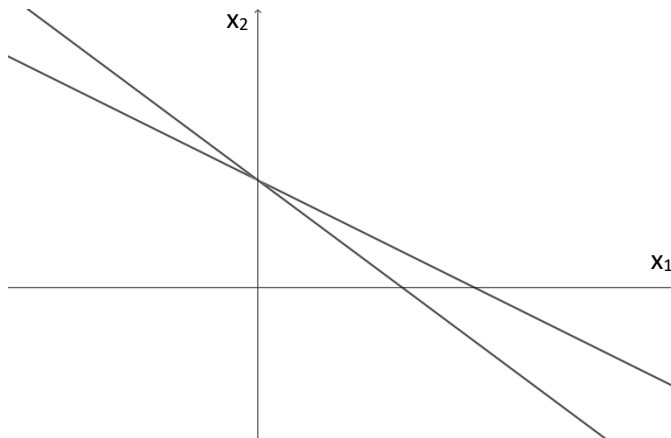
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & b^2 \\ 0 & b-2 & 3 \\ 0 & 0 & b-3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \\ b(b-2) \end{pmatrix}$$

- a) Für $b = 0$ hat das lineare Gleichungssystem unendlich viele Lösungen.
- b) Für $b = 0$ hat das lineare Gleichungssystem eine eindeutige Lösung.
- c) Für $b = 3$ hat das lineare Gleichungssystem unendlich viele Lösungen.
- d) Für $b = 3$ hat das lineare Gleichungssystem eine eindeutige Lösung.

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

- 4) In der folgenden Grafik ist die geometrische Interpretation eines linearen Gleichungssystems abgebildet.



Welches der folgenden Gleichungssysteme passt zu dieser Abbildung?

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

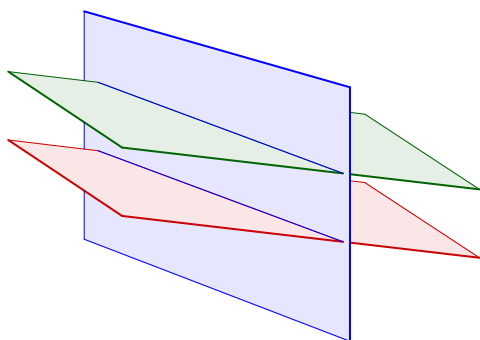
Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

5) Betrachten Sie das folgende Gleichungssystem:

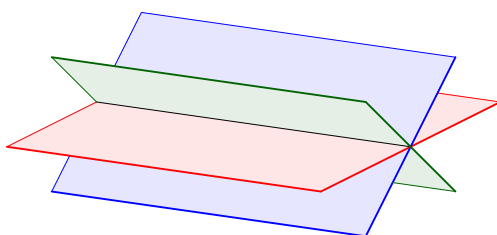
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Welche der folgenden Grafiken passt zu diesem Gleichungssystem?

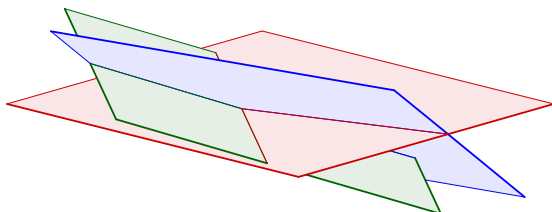
a)



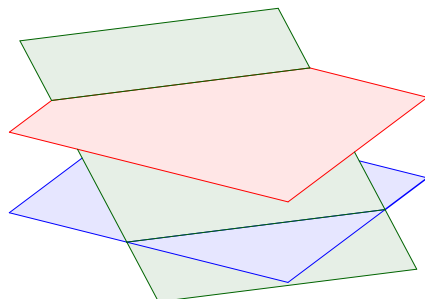
b)



c)



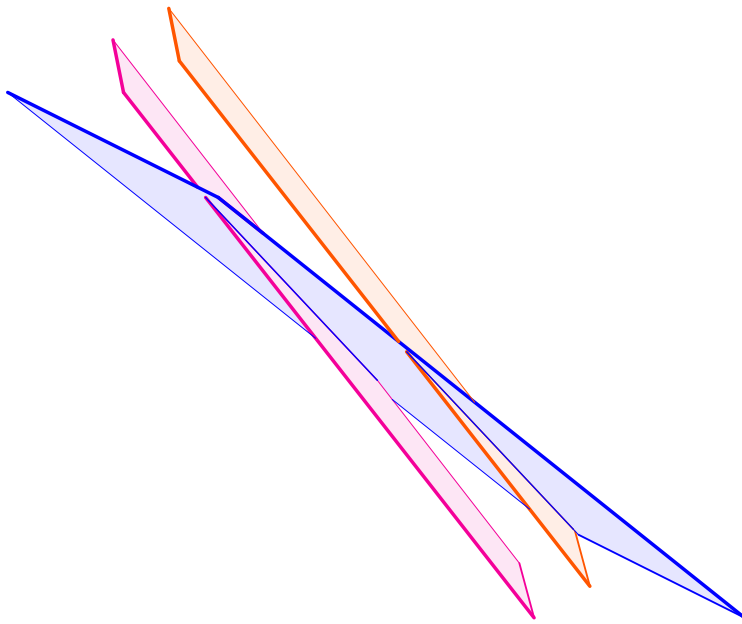
d)



Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

- 6) In der folgenden Grafik ist die geometrische Interpretation eines linearen Gleichungssystems abgebildet.



Welches der folgenden Gleichungssysteme passt zu dieser Abbildung?

a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

c)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

d)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

7) Betrachten Sie die folgenden Matrizen:

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a) $HG = GH$
- b) $DH = HD$
- c) $FG = GF$
- d) $DG = GD$

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

8) Seien E, F, G, H beliebige reelle 2×2 Matrizen. Welche der folgenden Aussagen gilt allgemein (das heisst, dass sie für **alle** Matrizen gelten muss)?

- a) $(EGF)^2 = E^2G^2F^2$
- b) $FGFH + FGFH = 2F^2GH$
- c) $H(G + F) + 2E = 2E + GH + FH$
- d) $(HF + HG)E = H(GE + FE)$

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

9) Sei \mathbb{I} die 5×5 Identitätsmatrix, sei $D = 11 \cdot \mathbb{I}$, und sei C eine reelle 5×5 Matrix. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

- a) $(C + D)^2 = C^2 + 2DC + D^2$
- b) $(C + \mathbb{I})^2 = C^2 + 2C + \mathbb{I}$
- c) $(C + D)^2 = C^2 + 2DC + D$
- d) $(C + \mathbb{I})^2 = C^2 + \mathbb{I}C + C\mathbb{I} + \mathbb{I}^2$

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

10) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) $\text{Det}(A) = -30$
- b) $\text{Det}(A) = -26$
- c) $\text{Det}(A) = -18$
- d) $\text{Det}(A) = -14$

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

11) Betrachten Sie die Matrizen $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Die Determinante der Matrix B beträgt $\det(B) = 5$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a) $\det(2B) = 10$
- b) $\det(C) = \det(B)$
- c) $\det(B^{-1}) = -\det(B)$
- d) $\det(B^2) = 5^2$

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

12) Betrachten Sie die Matrix $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2a-4 & 0 & 0 \\ -b & 9 & (a-b)^3 & 0 \\ a+b & a & 6 & b(a-1) \end{pmatrix}$.

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a) Für $a = 1$ und $b = 3$ ist die Matrix C invertierbar.
- b) Für $a = 2$ und $b = 1$ ist die Matrix C invertierbar.
- c) Für $a = 3$ und $b = 2$ ist die Matrix C invertierbar.
- d) Für $a = 4$ und $b = 4$ ist die Matrix C invertierbar.

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

13) Welche der folgenden Vektorenmenngen ist eine Basis des \mathbb{R}^3 ?

- a) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$
- b) $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \\ -6 \end{pmatrix} \right\}$
- c) $\left\{ \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \right\}$
- d) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher

14) Was ist die Dimension des folgenden Unterraumes von Matrizen?

$$U = \{A \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \mid A^T = -A\}$$

- a) $\text{Dim}(U) = 3$
- b) $\text{Dim}(U) = 2$
- c) $\text{Dim}(U) = 1$
- d) $\text{Dim}(U) = 0$

Wie sicher fühlen Sie sich, dass Ihre Antwort korrekt ist?

Gar nicht sicher 1 2 3 4 5 Sehr sicher