

## Über das Bearbeiten von Übungs- und Prüfungsaufgaben

Mit dem Übergang vom Gymnasium zu einem Mathematik- oder Physikstudium an der ETH wird sich Ihre Herangehensweise an die Mathematik grundlegend ändern. Sie werden vom blossen Anwender zum Entwickler mathematischer Theorien und Verfahren. Die wöchentlichen Übungsaufgaben sollen Sie darauf vorbereiten.

### Spezifisches zu den Aufgaben in Analysis 1

Sie werden jede Woche, beginnend Freitag dem 20. September, eine Übungsserie erhalten. Darin werden Ihnen verschiedenartige Aufgaben angeboten, etwa:

- (1) Rechenaufgaben - da muss etwas ausgerechnet werden
- (2) Beweisaufgaben - da muss höchstwahrscheinlich etwas bewiesen werden.
- (3) Redaktionsaufgaben - meist mathematisch einfache Aufgaben, bei denen hauptsächlich der stilvolle und korrekte Aufschrieb eine Herausforderung ist.
- (4) Recherche - hier tauchen Begriffe und Fragestellungen auf die Sie zuerst im Internet recherchieren müssen um sie bearbeiten zu können.
- (5) Challenge - für diejenigen denen alles andere zu langweilig ist. Diese Aufgaben gehen üblicherweise über den Inhalt der Vorlesung hinaus.

Sie werden kaum die Zeit finden Woche für Woche die gesamte Übungsserie zu bearbeiten. **Das wird auch nicht von Ihnen verlangt.** Die Idee ist vielmehr, Ihnen eine reichhaltige Sammlung an Übungsaufgaben zur Verfügung zu stellen, auf die sie je nach Laune und Zeit zugreifen können.

Es sei aber auch dies gesagt: Eine vielbefahrener Weg sich das erste Studienjahr gründlichst zu verhunzen ist, keine Übungen zu machen. **Ich empfehle Ihnen** regelmässig Zeit in die Übungen zu investieren, und pro Serie mindestens vier oder fünf Aufgaben noch in der Woche nach Erhalt vollständig und sauber zu lösen. Legen Sie sich einen Ordner an, in dem sie Aufgaben und Ihre Lösungen archivieren. Spätestens wenn das Ende des zweiten Semesters näher rückt werden Sie froh darum sein.

Auf jeder Serie sind Aufgaben gekennzeichnet, die Sie nach einer Woche Bearbeitungszeit zur Korrektur durch die Hilfsassistenten abgeben können. Es wird sich dabei meistens um Routineaufgaben handeln, also einfache bis mittelschwere Rechnungen und Beweise. Bitte nehmen Sie Rücksicht auf die Hilfsassistenten: Schreiben Sie Aufgaben die Sie abgeben ins

Reine, und falls Sie mit einem Partner oder in einer Gruppe arbeiten, so geben Sie bitte nur ein Exemplar pro Team ab.

Sie können auch jederzeit jede beliebige Aufgabe ins Fach des Professors legen, anonym wenn Sie möchten. Ich werde mir diese Aufgaben ansehen, und eine Auswahl davon korrigieren und kommentieren. Anschliessend werden diese Aufgaben auf der Homepage der Vorlesung veröffentlicht.

### Die wichtigsten Regeln beim Bearbeiten von Übungsaufgaben

Ich versuche Ihnen hier einen allgemein gültigen, groben Leitfaden zum Bearbeiten von Übungsaufgaben zu geben, soweit das überhaupt möglich ist. Einfacher zu beschreiben ist, was Lösungen auf alle Fälle **nicht** sein sollen: Nämlich, falls Ihre Lösung zu einer Aufgabe aus einer Reihe von Rechnungen besteht, mit einem Resultat am Schluss, dann ist Ihre Antwort ganz sicher nicht vollständig. Seien Sie sich dessen bewusst, dass Sie Lösungen von Aufgaben nicht einfach für sich selbst schreiben, sondern für einen Leser. Als allgemeines Motto kann folgendes dienen:

*Schreiben Sie Ihre Antworten so, als ob Sie den Lösungsweg einem Mitstudenten schriftlich Schritt für Schritt erklären würden.*

Versetzen Sie sich dabei stets in die Lage dieser Person: Wenn Sie etwas ausrechnen, dann sagen Sie zuerst *was* und *wie* gerechnet wird. Einfache Rechnungen brauchen Sie nicht aufzuschreiben. Halten Sie sich an folgende Regeln:

- (1) Schreiben Sie ganze, grammatisch korrekte Sätze. Mathematische Symbole  $=$ ,  $\geq$ , etc. sind kein Ersatz für Verben. Ein Satz soll nicht mit einem mathematischen Symbol anfangen.
- (2) Erklären und begründen Sie alle Schritte. Beziehen Sie sich in erster Linie auf Material aus der Vorlesung, und stets mit präziser Referenz. Seien Sie umso präziser falls Sie andere Referenzen brauchen, insbesondere bei Rechercheaufgaben.
- (3) Benennen Sie Objekte. Benutzen Sie sinnvolle Namen, und halten Sie sich dabei an gängige Konventionen. Falls Sie eine neue Variable oder sonst irgend ein neues Symbol einführen, so erklären Sie immer was es bedeutet, oder wie es definiert ist.
- (4) Achten Sie auf den Unterschied zwischen Definitionen, Hypothesen und Behauptungen. Formulieren Sie korrekt!

### Beispiel: Eine Rechenaufgabe

Wir versetzen uns in folgende hypothetische Lage: In der vergangenen Woche wurde in der Vorlesung die euklidische Ebene  $\mathbb{R}^2$  behandelt, und der Satz von Pythagoras wiederholt. Gegenwärtig wird die Flächenformel von Heron besprochen und bewiesen. Auf der aktuellen Serie findet sich folgende Aufgabe:

**Aufgabe:** Es seien die Punkte  $A = (1, 1)$ ,  $B = (2, 3)$  und  $C = (4, 2)$  in der Ebene  $\mathbb{R}^2$  gegeben. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks mit Eckpunkten  $A, B, C$ .

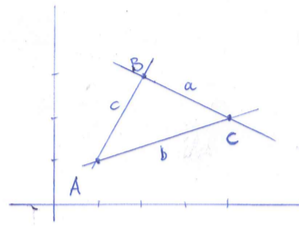
Leider allzuoft wird so etwas als Lösung abgegeben:

$$a = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$
$$b = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$
$$c = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$
$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{10} + \sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{10}$$
$$s(s-a)(s-b)(s-c) = \left(\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{10}\right) \left(\frac{1}{2}\sqrt{10}\right) \left(\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{10}\right) \left(\frac{1}{2}\sqrt{10}\right)$$
$$= \left(5 - \frac{1}{4} \cdot 10\right) \left(\frac{1}{4} \cdot 10\right)$$
$$= \frac{1}{4} \cdot 50 - \frac{1}{16} \cdot 100 = \frac{1}{4} \cdot 50 - \frac{1}{8} \cdot 50$$
$$= \frac{1}{8} \cdot 50 = \frac{1}{4} \cdot 25$$
$$\text{Fläche} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 25} = \frac{5}{2}$$

Antwort  $5/2 = 2,5$

Die Antwort stimmt, immerhin. Ansonsten gibt es hier nichts Gutes zu sagen - da stehen bloss Rechnungen. Dem Leser wird rein gar nichts erklärt, und nur falls der Leser die Formel von Heron bereits kennt, kann er oder sie diese in den Rechnungen wiederfinden. Und die Rechnungen selbst sind auch zu nichts gut - dass  $\sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$  gilt kann sich der Leser selber denken, und auch mit Brüchen rechnen kann er auch selbst, das brauchen Sie nicht vorzumachen.

Vergleichen Sie dies mit der folgenden Lösung:



Wir berechnen die Längen der Seiten  $a=BC$ ,  $b=CA$  und  $c=AB$  mit dem Satz von Pythagoras:

$$a=\sqrt{5}, \quad b=\sqrt{10}, \quad c=\sqrt{5}$$

Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC ist nach der Flächenformel von Heron durch

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

gegeben, wobei  $s$  für  $\frac{1}{2}(a+b+c)$  steht. Eine direkte Rechnung zeigt

$$s = \sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{10}$$

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{5}{2}$$

Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC ist also  $\frac{5}{2}$ .

Was wurde hier besser gemacht? Zuerst einmal scheint hier der Autor zu wissen wie man ein Lineal braucht. Schön. Dann wird gesagt was die Buchstaben  $a$ ,  $b$  und  $c$  symbolisieren (die Längen der Seiten) und wie konkreten Werte berechnet wurden (mit dem Satz von Pythagoras). Das sind die Informationen die der Leser zum Verständnis des Lösungsweges braucht. Der nächste Satz wiederholt die Aussage der Heron'schen Formel. Falls Sie jetzt, als Leser, diese noch nicht gekannt haben: Hier wird Ihnen erklärt wie's geht! Die nachfolgende einfache Rechnung kann dann jeder wieder für sich selber machen.