

Serie 3

Aufgabe 3.1

Multiple Choice: Online abzugeben.

Seien

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{sowie} \quad B = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & x_2 \end{bmatrix}.$$

Für welche reellen Zahlen x_1 und x_2 gilt $B = A^{-1}$?

- (i) $x_1 = 1, x_2 = 1.$
- (ii) $x_1 = -1, x_2 = 1.$
- (iii) $x_1 = 1, x_2 = -1.$
- (iv) $x_1 = -1, x_2 = -1.$

Aufgabe 3.2

Multiple Choice: Online abzugeben.

Gegeben seien $A, B \in \mathbb{R}^{n,n}$, zwei quadratische invertierbare Matrizen. Wir nehmen an, dass auch die Summe $A + B$ invertierbar ist. Welche der folgenden Ausdrücke stellen die Inverse C^{-1} von $C := A^{-1} + B^{-1}$ dar?

- (i) $A(A + B)^{-1}B,$
- (ii) $B(A + B)^{-1}A,$
- (iii) $BA(A + B)^{-1}.$

Hinweis: Es kann hilfreich sein, während der Rechnung, die folgenden Identitäten geschickt zu verwenden:

$$I = A^{-1}A, \quad I = B^{-1}B.$$

Aufgabe 3.3

Gegeben sei

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 2 & 2/5 & 1 \\ -4 & 0 & 6 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

3.3a) Bestimmen Sie die LR-Zerlegung der Matrix A , d.h. Matrizen L, R und P , für welche $PA = LR$ gilt.

3.3b) Berechnen Sie die LR-Zerlegung von A mit MATLAB. Lösen Sie anschliessend die Gleichungssysteme $Ax = b_i$, $i = 1, 2$, für

$$b_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad b_2 = \begin{bmatrix} 15/4 \\ 7/4 \\ 9/2 \end{bmatrix}$$

mit Hilfe der LR-Zerlegung in MATLAB.

Hinweis: Geben sie `help lu` ein, um die MATLAB-Hilfe für den Befehl `lu` aufzurufen.

Aufgabe 3.4

Für $\alpha \in \mathbb{R}$ betrachten wir

$$A(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & \alpha \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}.$$

3.4a) Für welche Werte von α ist $A(\alpha)$ invertierbar? Berechnen Sie $(A(\alpha))^{-1}$ für diese Werte.

Hinweis: Benutzen Sie den Gauss-Algorithmus (Gauss-Jordan-Algorithmus) um die Inverse zu berechnen.

3.4b) Lösen Sie das Problem $A(\alpha)x = b$ für $\alpha = 2$ und

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

3.4c) Überprüfen Sie 3.4b) mit MATLAB.

Aufgabe 3.5 Blockmatrixmultiplikation

Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \alpha & \beta & -1 & 0 \\ \gamma & \delta & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Berechnen Sie A^k , $k \in \mathbb{N}$ mit Hilfe von Blockmatrixmultiplikation, nachdem Sie die Matrix geeignet partitioniert haben.

Abgabe:

In der Woche vom 12. Oktober 2020 in den jeweiligen Übungen beim *zugeteilten* Assistenten. Bitte geben Sie dem zugeteilten Assistenten die Matlab Aufgaben ausgedruckt ab und reichen Sie diese auch Online ein, wie auf der [Webseite](#) beschrieben.