

## Serie 8

Diese Serie besteht nur aus MC-Aufgaben die auf <https://echo.ethz.ch> zu lösen sind. Schicken Sie Ihre Lösung bis spätestens **Freitag, den 20. November um 14:00 Uhr** ab.

---

1. Bestimmen Sie das Produkt  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

(a)  $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

(c)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

2. Berechnen Sie

$$4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{5}{6} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \frac{2}{15} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}.$$

(a)  $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -\frac{7}{10} & \frac{6}{5} \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} 4 & -10 \\ \frac{7}{9} & 0 \end{pmatrix}$

(c)  $\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -\frac{46}{15} & -\frac{8}{5} \end{pmatrix}$

(d)  $\begin{pmatrix} 0 & -16 \\ \frac{8}{9} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$

(e) Keine der genannten Möglichkeiten.

3. Bestimmen Sie die Inverse der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(c) Die Matrix ist nicht invertierbar.

4. Gegeben sei die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aus dieser möchten wir die erste Spalte extrahieren. Das heisst, das Produkt von rechts oder links mit einer weiteren Matrix ist die erste Spalte von  $A$ . Für welche der folgenden Möglichkeiten ist dies gegeben?

(a) Multiplikation von links mit  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

(b) Multiplikation von rechts mit  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

(c) Multiplikation von links mit  $(0 \ 1 \ 0)$ .

(d) Multiplikation von links mit  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

(e) Multiplikation von rechts mit  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

5. Sei  $A$  eine  $4 \times 4$ -Matrix. Dann sind folgende Aussagen äquivalent:

i)  $Ax = b$  hat für jedes  $b$  höchstens eine Lösung.

ii)  $Ax = b$  hat für jedes  $b$  mindestens eine Lösung.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

6. Für die reelle Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

und den reellen Vektor  $b = (1, 2, 0)^\top$  hat das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$   
...

- (a) keine Lösung.
- (b) eine eindeutige Lösung.
- (c) eine Lösungsmenge mit einem freien Parameter.
- (d) eine Lösungsmenge mit zwei freien Parametern.

7. Sei  $A$  eine  $2 \times 3$ -Matrix. Dann existiert eine  $3 \times 2$ -Matrix  $B$ , welche nicht die Nullmatrix ist, aber trotzdem gilt  $AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

- (a) Richtig.
- (b) Falsch.

8. Für die reelle Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

hat das lineare Gleichungssystem  $Ax = 0$  ...

- (a) keine Lösung.
- (b) eine eindeutige Lösung.
- (c) eine Lösungsmenge mit einem freien Parameter.
- (d) eine Lösungsmenge mit zwei freien Parametern.

9. Für die reelle Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ -2 & 0 & -12 & a^2 - 7 \\ 0 & -1 & 7a + 5 & 5 \end{pmatrix}$$

gilt:

- (a) Für  $a = 1$  ist  $B$  nicht invertierbar.
- (b)  $\text{Rang } B \geq 3 \quad \forall a \in \mathbb{R}$ .
- (c) Für  $a = 0$  ist  $\det B = 0$ .

10. Der Rang von

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

beträgt...

- (a) 0.
- (b) 1.
- (c) 2.
- (d) 3.
- (e) 4.

11. Seien  $A, B$  zwei symmetrische Matrizen. Dann ist das Produkt  $AB$  auch symmetrisch.

- (a) Richtig.
- (b) Falsch.

12. Gegeben sei eine orthogonale Matrix  $A$  mit Inverse  $A^{-1}$ . Dann gilt:

- (a)  $A^{-1} = A^T$
- (b)  $A^{-1} = 2A$
- (c)  $A^{-1} = -A$
- (d) Die Inverse existiert nicht.
- (e) Keine der genannten Möglichkeiten.

**13.** Gegeben seien:

$$A_1 := \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad A_2 := \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Dann gilt:

- (a)  $A_1$  ist nicht orthogonal.
- (b)  $A_2$  ist nicht orthogonal aber die inverse  $A_2^{-1}$  ist es.

**14.** Gegeben seien:

$$A_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 := \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Dann gilt:

- (a)  $A_1$  ist orthogonal.
- (b)  $A_2$  ist orthogonal.
- (c) Keine der genannten Möglichkeiten.

**15.** Sei  $A$  eine  $m \times n$ -Matrix mit  $m > n$ , so dass  $A^\top A$  die Einheitsmatrix  $\mathbf{I}_n$  ist. Dann gilt:

- (a)  $A$  ist orthogonal und  $\|A\mathbf{x}\| = \|\mathbf{x}\|$  für alle Vektoren  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ .
- (b)  $A$  ist nicht orthogonal, aber trotzdem gilt  $\|A\mathbf{x}\| = \|\mathbf{x}\|$  für alle  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ .
- (c) Sei  $B$  eine  $n \times m$ -Matrix, so dass  $BA$  orthogonal ist. Dann ist auch  $AB$  orthogonal.

16. Gegeben sei die  $n \times n$ -Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & \\ 2 & 1 & & & \\ 3 & 1 & * & & \\ \vdots & \vdots & & & \\ n & 1 & & & \end{pmatrix},$$

wobei nur die ersten beiden Spalten bekannt sind. Angenommen es existiert eine LR-Zerlegung  $LR = A$ , was können Sie darüber aussagen?

- (a) Die erste Spalte von  $L$  ist  $(1 \ -2 \ -3 \ \dots \ -n)^T$ .
- (b) Die erste Spalte von  $L$  ist  $(-1 \ -2 \ -3 \ \dots \ -n)^T$ .
- (c) Die erste Spalte von  $L$  ist gleich der ersten Spalte von  $A$ .
- (d) Man muss die gesamte Matrix  $A$  kennen um die erste Spalte von  $L$  zu bestimmen.
- (e) Der Eintrag  $r_{22}$  der Matrix  $R$  ist 0.
- (f) Der Eintrag  $r_{22}$  der Matrix  $R$  ist 1.
- (g) Der Eintrag  $r_{22}$  der Matrix  $R$  ist 3.
- (h) Man muss die gesamte Matrix  $A$  kennen um den Eintrag  $r_{22}$  der Matrix  $R$  zu bestimmen.