D-BAUG
Prof. Patrick Cheridito
Philipp Zimmermann

Analysis III

Dienstag, 1. Dez. 2020

Serie 11

Fällig am 8. Dez. 2020

1. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} 2u_t + 3u_x + 4u = 2, & x \in \mathbb{R},\, t \geq 0 \\ u(x,0) = \cos(x), & x \in \mathbb{R}, \end{cases}$$

mit der Methode der Charakteristiken.

2. Finden Sie die Biegelinie eines schmalen homogenen horizontalen Balkens der Länge 4 mit $EI = 1$, der an beiden Enden eingespannt ist, wenn er mit einer senkrechten Kraft $q(x)$, $0 \leq x \leq 4$, pro Längeneinheit belastet wird in den beiden Fällen:

   a) $q(x) = -H(x-2)$.

   b) $q(x) = -H(x-1) + H(x-3)$.

3. Finden Sie die Biegelinie eines schmalen homogenen horizontalen Balkens der Länge 10 mit $EI = 2$, der bei $x = 0$ eingespannt und bei $x = 10$ frei ist, wenn

   a) ihn eine Kraft $F = 1$ an der Stelle $x = 5$ nach unten drückt.

   b) er mit einer senkrechten Kraft $q(x) = -2H(x-4)(x-4)$ pro Längeneineheit belastet wird.

4.* Sei $\alpha > 0$ eine feste Konstante.

   a) Zeigen sie, dass

   $$s^4+4\alpha^4 = (s^2+2\alpha^2-2s\alpha)(s^2+2\alpha^2+2s\alpha) = \left((s-\alpha)^2+\alpha^2\right)\left((s+\alpha)^2+\alpha^2\right)$$

   für alle $s > 0$.

   b) Für $n = 0, 1, 2, 3$, finden Sie Konstanten a, b, c, d so dass

   $$\frac{s^n}{s^4+4\alpha^4} = \frac{a+bs}{s^2+2\alpha^2+2s\alpha} + \frac{c+ds}{s^2+2\alpha^2-2s\alpha}.$$

Bitte wenden!

c) Für $n = 0, 1, 2, 3$, finden Sie Konstanten a', b', c', d' so dass

$$\frac{s^n}{s^4 + 4\alpha^4} = \frac{a' + b'(s+\alpha)}{(s+\alpha)^2 + \alpha^2} + \frac{c' + d'(s-\alpha)}{(s-\alpha)^2 + \alpha^2}.$$

d) Für $n = -1, 0, 1, 2, 3$, berechnen Sie die inverse Laplacetransformierte

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s^n}{s^4 + 4\alpha^4}\right].$$