D-MAVT/D-MATL | Analysis I | HS 2020
Prof. Dr. Ana Cannas
Prof. Dr. Urs Lang

Schnellübung 1

---

1. a) Finden Sie die Nullstellen der Funktionen

$$f\colon x \mapsto \cos(3x+1) \quad \text{und} \quad g\colon x \mapsto \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{und} \quad h\colon x \mapsto x^3 - x^2 - x + 1.$$

b) Für welche Werte von x ist $f(x) = 1$? Für welche Werte von x ist $g(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$?

2. a) Bestimmen Sie einen geschlossenen Ausdruck für $1 + 2 + \cdots + n$, wobei n eine natürliche Zahl ist.

Hinweis:

$$\begin{array}{ccccccccccc} 1 & + & 2 & + & \cdots & + & n-1 & + & n & = & x \\ n & + & (n-1) & + & \cdots & + & 2 & + & 1 & = & x \\ \hline (n+1) & + & (n+1) & + & \cdots & + & (n+1) & + & (n+1) & = & 2x \end{array}$$

b) Berechnen Sie, ohne Zuhilfenahme eines Taschenrechners, die Summe aller zweistelligen natürlichen Zahlen, die durch drei geteilt den Rest zwei ergeben.

3. Es seien $p \leq q$ ganze, nicht-negative Zahlen. Zeigen Sie, dass für die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, gegeben durch

$$a_n = \frac{c_0 + c_1 n + \cdots + c_p n^p}{d_0 + d_1 n + \cdots + d_q n^q}$$

und $c_p \neq 0$, $d_q \neq 0$, gilt:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \begin{cases} \frac{c_p}{d_q}, & \text{falls } p = q, \\ 0, & \text{falls } p < q. \end{cases}$$

Ist (a_n) ebenfalls konvergent falls $p > q$? Begründen Sie ihre Antwort.

4. Berechnen Sie den Grenzwert der beiden unendlichen Zahlenfolgen

$$2,\ 2\sqrt{2},\ 2\sqrt{2\sqrt{2}},\ 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \ldots \quad \text{und} \quad 3,\ 3\sqrt[3]{3},\ 3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3}},\ 3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3}}}, \ldots.$$