

Schnellübung 7

1. (a) Ein Berg sei beschrieben durch die Funktion

$$h(x, y) = 6000e^{-\frac{x^2}{1800} - \frac{y^2}{900}}$$

wobei die positive x -Achse nach Osten orientiert ist und die positive y -Achse nach Norden. In der Position $(7, 6, h(7, 6))$ steht ein Mann. Wie gross ist die Steigung (oder das Gefälle), wenn der Mann seinen Standort Richtung Nordosten bzw. Westen verlässt?

- (b) Ein Wanderer befindet sich irgendwo im Nebel – auf einem Berg, dessen Höhenfunktion wir nicht kennen. Er möchte schnellstmöglich ins Tal. Alles, was er weiss, ist, dass der Weg Richtung Osten 25% Steigung hat und Richtung Nordwesten 35% Gefälle. In welche Richtung muss er gehen und wie steil ist es da?

2. Wir untersuchen die Funktion

$$f(x, y) = x^2 - 2y^2 + 4y.$$

- (a) Veranschaulichen Sie f mit Hilfe der Schnitte

$$S_{x=x_0}, \quad x_0 \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

und

$$S_{y=y_0}, \quad y_0 \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}.$$

D.h., setzen Sie die Werte x_0 bzw. y_0 in die Funktion ein und zeichnen Sie die entstehende Kurve. Dieses Vorgehen heisst Schnitt, weil man wie mit einem Messer entlang der Ebene $x = x_0$ bzw. $y = y_0$ schneidet.

- (b) Skizzieren Sie die Niveulinien.
(c) Skizzieren Sie den Graphen von f , d.h. die Fläche $z = f(x, y)$.
(d) Bestimmen Sie einen Punkt (x_0, y_0) , so dass die Tangentialebene an $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ parallel zur xy -Ebene liegt.
(e) Wo durchstösst die Verlängerung der Flächennormalen durch $(1, 2, f(1, 2))$ die xy -Ebene?
3. Die Gleichung $z = 2y^2 + x^2$ beschreibt eine Fläche S im dreidimensionalen Raum, welche den Punkt $P = (1, 1, 3)$ enthält. Finden Sie die Koordinaten des anderen Punktes von S , der auf der Normalen zu S in P liegt.

4. Bestimmen Sie die Extremalstellen der Funktion

$$g(x, y) = 3y^2 - 1 - 2x^2$$

im Bereich

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}.$$