MC-Fragen Serie 11: Aufgaben

Einsendeschluss: Dienstag, der 08.12.2020 um 10:00 Uhr

---

1. Welche der folgenden Matrizen sind Inverse von $\left(\begin{smallmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{smallmatrix}\right)$ über $\mathbb{Q}$?

(a) $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

2. (*Prüfung Winter 2017)* Die Transponierte einer Elementarmatrix ist wieder eine Elementarmatrix.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

3. (*Prüfung Winter 2017)* Die Elementarmatrizen in $M_{n\times n}(\mathbb{K})$ zusammen mit der Matrixmultiplikation bilden eine Gruppe.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

4. (*Prüfung Sommer 2017)* Eine Matrix ist genau dann nicht invertierbar wenn Zeilenrang $\neq$ Spaltenrang.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

5. Sei $\mathcal{E}_2 := (e_1, e_2)$ die kanonische Basis von $\mathbb{R}^2$ und sei $\mathcal{C} := \left(\left(\begin{smallmatrix}-2\\2\end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix}0\\-2\end{smallmatrix}\right)\right)$ eine weitere geordnete Basis von $\mathbb{R}^2$. Bestimmen Sie die Matrix $Q := [\mathrm{Id}_{\mathbb{R}^2}]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{E}_2}$.

(a) $Q = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

(b) $Q = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

(c) $Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

(d) $Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

(e) $Q = \begin{pmatrix} -2 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$.

6. (*Prüfung Sommer 2017*) Sei $V = M_{n\times n}(\mathbb{R})$ und

$$\mathrm{Spur}\colon M_{n\times n}(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}; A = (a_{ij})_{ij} \mapsto \mathrm{Spur}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

die Spur. Dann ist $\mathrm{Spur} \in \mathrm{Hom}(V, \mathbb{R})$.

(a) Wahr.

(b) Falsch.

7. Welche Aussage ist im Allgemeinen falsch?

(a) Jeder endlich dimensionale Vektorraum ist isomorph zu K^n für ein $n \geq 0$.

(b) Jede Darstellungsmatrix ist quadratisch.

(c) Die Darstellungsmatrix eines Isomorphismus ist invertierbar.

8. Betrachte $\mathbb{C}$ als zweidimensionalen reellen Vektorraum mit Basis $\mathcal{B} := (1, i)$. Die Matrix $[T]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}} := \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ist die Darstellungsmatrix bezüglich der Basis $\mathcal{B}$ der folgenden linearen Abbildung $T\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$.

(a) Die komplexe Konjugation $z \mapsto \bar{z}$

(b) $z \mapsto \mathrm{Re}(z)$

(c) $z \mapsto \mathrm{Im}(z)$

(d) $z \mapsto iz$

9. Sei $\mathbb{F}_3$ der Körper mit 3 Elementen und sei $W \subseteq \mathbb{F}_3^2$ der Untervektorraum $W := \mathrm{Sp}((1,1)^T)$. Dann ist die Kardinalität von $\mathbb{F}_3^2/W$ gleich

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) ∞

10. Welche Aussage gilt für alle Vektorräume V und W?

(a) Jede lineare Abbildung $\phi\colon V \to W$ induziert eine injektive lineare Abbildung $V/\mathrm{Ker}(\phi) \to W$.

(b) Jede lineare Abbildung $\phi\colon W \to V$ induziert eine surjektive lineare Abbildung $W \to V/\mathrm{Im}(\phi)$.

(c) Beide Aussagen sind richtig.

(d) Keine der Aussagen ist richtig.