Dr. Menny Akka Ginosar

MC-Fragen Serie 11: Repetition

Einsendeschluss: Dienstag, der 08.12.2020 um 10:00 Uhr

---

1. Sei V ein Vektorraum mit Basis $\mathcal{C}$. Dann gilt für $k \in \mathbb{N}$:

(a) Die Vektoren $\{v_1, \dots, v_k\}$ sind linear unabhängig genau dann, wenn $\{[v_1]_\mathcal{C}, \dots, [v_k]_\mathcal{C}\}$ linear unabhängig sind.

(b) Die Vektoren $\{v_1, \dots, v_k\}$ erzeugen V genau dann, wenn $\{[v_1]_\mathcal{C}, \dots, [v_k]_\mathcal{C}\}$ V erzeugen.

(c) Die Vektoren $\{v_1, \dots, v_k\}$ sind eine Basis genau dann, wenn $\{[v_1]_\mathcal{C}, \dots, [v_k]_\mathcal{C}\}$ eine Basis ist.

2. Sei $T \in \mathrm{Hom}(\mathbb{F}_7[x]_4, M_{2\times 3}(\mathbb{F}_7))$ und $A = [T]^\mathcal{B}_\mathcal{C}$ eine Darstellungsmatrix der Abbildung T. Dann gilt:

(a) $A \in M_{5\times 6}(\mathbb{F}_7)$

(b) $A \in M_{6\times 6}(\mathbb{F}_7)$

(c) $A \in M_{6\times 5}(\mathbb{F}_7)$

3. Sei V ein Vektorraum mit $\dim V = n \in \mathbb{N}$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

(a) $[\mathrm{Id}_V]^\mathcal{B}_\mathcal{C} = I_n$ für alle Basen $\mathcal{B}, \mathcal{C} \subseteq V$.

(b) $[\mathrm{Id}_V]_\mathcal{B} := [\mathrm{Id}_V]^\mathcal{B}_\mathcal{B} \in \mathrm{GL}_n(K)$ für alle Basen $\mathcal{B} \subseteq V$.

(c) $[\mathrm{Id}_V]_\mathcal{B} := [\mathrm{Id}_V]^\mathcal{B}_\mathcal{B} = I_n$ für alle Basen $\mathcal{B} \subseteq V$.

(d) Falls $T \in \mathrm{End}(V)$ dann folgt, dass $[T]^\mathcal{B}_\mathcal{C} \in \mathrm{GL}_n(K)$.

(e) Sei $T \in \mathrm{End}(V)$. Dann sind für alle Basen $\mathcal{B}, \mathcal{B}', \mathcal{C}, \mathcal{C}' \subseteq V$ die Matrizen $[T]^\mathcal{B}_\mathcal{C}$ und $[T]^{\mathcal{B}'}_{\mathcal{C}'}$ ähnlich.

4. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

(a) Seien $A, B \in M_{n\times n}(K)$. Dann impliziert $\mathrm{Rang}(A) = \mathrm{Rang}(B)$, dass A und B äquivalent sind.

(b) Seien $A, B \in M_{n\times n}(K)$ zwei ähnliche Matrizen, dann sind A und B auch äquivalent.

(c) Es existieren Matrizen $A, B \in M_{n\times n}(K)$, die ähnlich sind, aber verschiedenen Rang haben.

(d) In $M_{3\times 3}(K)$ gibt es 3 Äquivalenzklassen bezüglich der Relation „Äquivalenz“.

5. Seien V und W zwei endlich-dimensionale Vektorräume. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

(a) $\mathrm{Hom}(V, W) = \mathrm{Hom}(W, V)$

(b) $\mathrm{Hom}(V, W) \cong \mathrm{Hom}(W, V)$

(c) $\dim \mathrm{Hom}(V, W) = \dim \mathrm{Hom}(W, V)$

6. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

(a) Sei $P \subseteq \mathbb{R}^3$ eine Ebene durch den Ursprung. Dann ist $\mathbb{R}^3/P$ die Menge aller Geraden, die parallel zu P sind.

(b) Sei $0 \neq v \in K^n$. Dann ist $\dim(K^n/\operatorname{Sp}(v)) = n - 1$.

7. Jede Basiswechselmatrix der Form $[\mathrm{Id}_V]^{\mathcal{C}}_{\mathcal{B}}$ für geordnete Basen $\mathcal{B}$ und $\mathcal{C}$ eines endlich-dimensionalen Vektorraums V ist invertierbar.

(a) richtig

(b) falsch